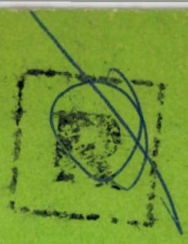
1130/3



L: 040064

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLV ANUL 1983

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*
MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente* ; Prof. dr. docent *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei R. S. România ; Prof. dr. ing. *Ioan Carabogdan* ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. docent *Felicia Cornea* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. docent *Traian Demian* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr ing. *Octavian Floarea* ; Prof. dr. ing. *Julieta Florea* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* : Prof. dr. ing. *Moise Ienciu* ; Prof. dr. ing. *Vlad Ionescu* ; Prof. dr. ing. *Adelaida Mateescu* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Murguleț* ; Prof. dr. docent *Florea Oprea* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Mircea Postelnicescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca* ; Prof. dr. ing. *George Rulea* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. ing. *Voicu Tache* ; Prof. dr. docent *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Andrei Țugulea* ; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București. Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

C. Radu

Asupra relaxării pentru materiale de tip rate (l. engleză) 3

M. Gheorghe, C. Neagu, M. Nicolescu

Operația de reglare a funcțiilor reale 10

Elena Tănăsescu, Elena Deciu, St. Petrescu, S. Bolintineanu

Optimizarea geometriei receptorului de radiație concentrată și a mișcării oglinzilor unui heliostat 21

G. C. Moisil

Propagarea undelor mecanice printr-un perete elastic neomogen 30

St. Petrescu, Al. Dănescu, Stanca Trifan, Al. Chisacof, O. Mălăncioiu, N. Băran

Receptoare de radiație concentrată în sistemele de captare a energiei solare cu heliostate cu factor de concentrare 20—90—180 36

T. Demian, Gh. Stoica, Serin Baubec

Unele aspecte noi privind calculul și experimentarea lagărelor gazostatice cu element poros 45

R. Iatan

Contribuții la calculul mecanic al îmbinărilor cu flanșe plate inelare, sudate . . 50

C. Brătianu

Soluții numerice pentru mișcarea paralelă tranzitorie a fluidelor (l. engleză) 61

Elena Mihăilescu

Vibrațiile aleatoare ale unui sistem neliniar cu element elastic cu întărire . . . 67

Gh. Amza, V. Popovici, I. Roșca

Posibilități de recondiționare a concentratoarelor de energie ultrasonoră . . . 77

C. Minciu, T. Aurite, A. David

Determinarea analitică a sistemului de forțe la prelucrarea alezajelor lungi 83

Gh. Zidaru, V. Tcacenco

Utilizarea profilelor japoneze pentru proiectarea palelor de turbine, pompe și elici . . 89

D. Robescu, T. Petrovici, S. Drăgan

Aspecte de similitudine a proceselor hidrodinamice de separare gravitațională din instalațiile de decantare-flotație utilizate la epurarea apelor uzate 95

Summary

C. Radu

About the Stress Relaxation for Rate Materials 3

M. Gheorghe, C. Neagu, M. Nicolescu

The Adjusting Process of Real Functions 10

Elena Tănăsescu, Elena Deciu, Al. Dănescu, S. Petrescu, S. Bolintineanu

Optimization of Concentrated Radiation Receivers Geometry 21

G. C. Moisil

The Propagation of the Mechanical Waves through an Elastic Nonhomogeneous Wall 30

S. Petrescu, Al. Dănescu, Stanca Trifan, Al. Chisacof, O. Mălăncioiu, N. Băran

Concentrated Radiation Receivers for Solar Systems with Heliostates Having Focussing Ratio 20—20—190 36

T. Demian, Gh. Stoica, Serin Baubec

Certain New Aspects Concerning the Calculation and the Experimentation of Gazostatic Bearings with Porous Element 45

R. Iatan

Contributions to the Mechanical Computation of the Welded Annular Flanges . 50

C. Brătianu

Numerical Solution for Transient Parallel Fluid Flows 61

Elena Mihăilescu

Aleatory Vibrations of a Nonlinear System with an Elastic Element 67

Gh. Amza, V. Popovici, I. Roșca

Possibilities for the Reconditioning of Ultrasonic Energy Collectors 77

C. Minciu, T. Aurite, A. David

The Establishments of the System of Forces at the Cutting of Profound Drills 83

Gh. Zidaru, V. Tcacenco

Use of Japanese Profiles for the Design of Turbines, Pumps and Propeller Blades . . 89

D. Robescu, T. Petrovici, S. Drăgan

The Aspects of Similarity of Hydrodynamical Processes of Gravitational Separation from Settling-Flotation Stations Used in Purification of Waste Water 95

C.Z :517.91

ABOUT THE STRESS RELAXATION FOR RATE MATERIALS

C. RADU*

Within this present paper the problem of the stress relaxation described by an equation of the rate type for polymer bodies, will be studied. The notion of the elastic energy is to be introduced.
Admitting that the elastic energy is a strict pozitive-definite form we postulate a theorem which ensure the asymptotic stability of the solution of the system describing the stress relaxation when a certain thermodynamic condition is satisfied.

1. Materials of the rate type are defined by Truesdell and Noll ([1] § 36) as materials for which the stress $T(t)$ and the deformation gradient $F(t)$, as functions of time, satisfy a differential equation of the form :

$$\overset{(p)}{T} = g(T, \dot{T}, \ldots, \overset{(p-1)}{T}; F, \dot{F}, \ldots, \overset{(r)}{F}) \tag{1.1}$$

where g is a tensor-valued function with such smoothness properties as to ensure that, for each prescribed sufficiently smooth function $F(t)$ and prescribed initial data

$$T(t_0), \ \dot{T}(t_0), \ \ldots, \ \overset{(p-1)}{T}(t_0),$$

the differential equation (1.1) has a unique solution $T(t)$. The equation (1.1) is called a constitutive equation of the rate type. Suliciu [2] makes a complete study of the solutions of the differential equation,

$$\dot{\sigma} = \varphi(\varepsilon, \sigma)\,\dot{\varepsilon} + \psi(\gamma, \sigma) \tag{1.2}$$

(supposing that the conversion is possible) which in the simplest equation of the rate type.

The fact that a large class of materials with elastic-viscous-plastic behaviour can be described by a constitutive equation of the form

* Lecturer, Chair of Mathematics I.

(1.2) has been proved by Cristescu [3] — [5], generalizing the constitutive equations which have been proposed by Malvern [6] and Sokolvski [7].

Many other problems regarding the constitutive equation of the rate type for a combined of stress and deformation state has been examined by Cristescu and Suliciu [8], Mihăilescu [8] — [9], and Mihăilescu and Suliciu [10].

Let ε be the infinitesimal strain tensor of components ε_{ik} and let σ be the stress tensor of components σ_{ik}.

In this paper, in the case of the equation (1.2) is being considered, in which the function ψ depends only on the σ tension and on the temperature T

$$\dot{\varepsilon}_{ik} = C_{ikmn}\,\dot{\sigma}_{mn} + f_{ik}(\sigma_{je},\ T) \tag{1.3}$$

where C_{ikmn} are the components of a constant tensor of the fourth order and $f_{ik}(\sigma_{je},\ T)$ are functions defined in the generalized coordinates space with real values.

We shall consider bellow the problem of the stress relaxation, for izoterm processes ($T = \text{const}$). From the mathematical point of view this problem is reduced to the study of the solutions of the system:

$$C_{ikmn}\cdot\,\dot{\sigma}_{mn} + f_{ik}\,(\sigma_{je},\ T) = 0 \tag{1.4}$$

We shall prove that under certain thermodinamic conditions and with certain constraints imposed upon the initial conditions, the solutions of the system (1.4) are asymptoticaly stable.

First, we shall present some results of the stability theory of the solutions of a differential equations system.

2. Let us consider a system of differential equations of the form,

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = f_i\,(t,\ x_1\,,\ldots,\ x_n), \qquad i = 1,\ 2\,,\ldots,\ n \tag{2.1}$$

$$f_i(t,\ 0,\ 0\,,\ldots,\ 0) = 0$$

where f_i are continuous functions in a domain $D \subset \mathbb{R}^{n+1}$. We denote $x(t,t_0,x_0)$ the solution of the system (2.1) which correspond to the initial condition

$$x\Big|_{t=t_0} = x_0.$$

Definition 1

A solution $\hat{x}(t)$ is stable if for any $\varepsilon > 0$ there exists $\delta(\varepsilon;\ t_0)$ such that if $|x_0 - \hat{x}(t_0)| < \delta$ it results $|x(t;\ t_0,\ x_0) - \hat{x}(t)| < \varepsilon$ for any $t \geqslant t_0$. We mention that $x(t;\ t_0,\ x_0)$ is the solution of the system (2.1) corresponding to the initial condition $x\Big|_{t=t_0} = x_0$. We shall refer only to the stability of the trivial solution $x \equiv 0$

Definition 2

The solution $x = 0$ is called asymptotic stable if it is stable and in addition there exists $\delta_0(t) > 0$ with the property that if

$$|x_0| < \delta_0 \text{ we have: } \lim_{t \to \infty} |x(t;\ t_0,\ x_0)| = 0.$$

Concerning the symptotic stability of the solution $x = 0$ of the homogeneous system (2.1), we have:

Theorem 1 [12]

If there exists a function $V : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, which satisfies the following conditions:

a) $V(x) > 0$ for any $x \in D$; $x \neq 0$ and $V(0) = 0$

b) $\dot{V}(x) < 0$ for any $x \neq 0$.

c) $V(x)$ is aproaching infinite; that is, for any number $A > 0$ there exists a number $R > 0$ such that in any sphere $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = R$ the inequality $V(x) > A$ holds then the system (3.1) is asymptotic stable.

In the following we will assert a theorem analogous to the theorem 1, for which only the condition c) is modified.

Theorem 2 [12]

If there exists a function $V(x)$, defined and with continuous partial derivatives into a domain $D \subset \mathrm{R}^n$ satisfying the conditions:

a) $V(x) > 0$ for all $x \neq 0$ solution of the omogeneous system (2.1)

b) $\dot{V}(x) < 0$ for all $x \neq 0$

c) $|V(x)| \geqslant K \|x\|$ with $k > 0$ and the Euclidian norm, then the system (2.1) is asymptotic stable.

3. We define the cycle in the stress being a closed way defined by $\sigma : [0,\ t] \to \mathbb{R}$ with $\sigma(0) = \sigma(t)$, $t \in [0, \infty)$ considering the natural rest state as starting state.

We suppose that the deformation process needs mechanical work and heat consumption such that mechanical work is always positive* for every cycle in stresses

$$\int_0^t \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{ik}\, \mathrm{d}\tau \geqslant 0 \qquad (3.1)$$

* In the papers [5], [6] such a process in deformations is called the irreversible process.

Then from (1.4) and (3.1) we have:

$$\int_0^t C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\dot{\sigma}_{mn}\,\mathrm{d}\tau + \int_0^t \sigma_{nk} f_{ix}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}\tau \geqslant 0. \tag{3.2}$$

In the tensions space we have,

$$\int_0^t C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\dot{\sigma}\,\mathrm{d}\tau = \oint_{\Gamma_{[\sigma_{ik}(t)\,=\,\sigma_{ik}(0)]}} C_{ikmn}\,\sigma \cdot \frac{\mathrm{d}\sigma_{mn}}{\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}s. \tag{3.3}$$

respectively

$$\int_0^t \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}\tau = \oint_\Gamma \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}s. \tag{3.4}$$

We denote by $\lambda = \left|\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}s}\right|$ the inverse of the deformation rate. If the loaded rate is constant, then,

$$\int_0^t \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}\tau = \lambda \oint_\Gamma \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}s$$

Thus (3.2) becomes,

$$\oint_\Gamma C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\frac{\mathrm{d}\sigma_{mn}}{\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}s + \lambda \oint_\Gamma \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}s \geqslant 0 \tag{3.5}$$

and positive λ-constant.

For instantaneous tests, $\lambda \to 0$ such that from (3.5) for $\lambda = 0$ we find:

$$\oint_\Gamma C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\frac{\mathrm{d}\sigma_{mn}}{\mathrm{d}s}\,\mathrm{d}s \geqslant 0 \tag{3.6}$$

Substituting (3.6) in the inequality (3.5) and observing that (3.5) is valid for all $\lambda \geqslant 0$ it follows,

$$\oint_\Gamma \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T)\,\mathrm{d}s \geqslant 0$$

that is,

$$\sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T) \geqslant 0 \tag{3.7}$$

Lema

If the inequality (3.6) is true then the tensor C is a symmetric tensor.

Proof. It is known that the necessary and sufficient condition for a constant tensor of the fourth order to be symmetric is that the inequality (3.6) to be satisfied [5]. Since the inequality (3.6) is true the symmetry of the tensor C results.

From the symmetry of the tensor C it follows that the differential form

$$d\Phi = C_{ikmn}\sigma_{ik}\, d\sigma_{mn}$$

is an exact differential. Then, we obtain,

$$\int_0^\sigma C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\frac{d\sigma_{mn}}{ds}\,ds = \int_0^\sigma \frac{d}{ds}\left[\frac{1}{2}C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\sigma_{mn}\right]ds = \tag{3.8}$$

$$= \frac{1}{2}C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\sigma_{mn}.$$

Let us denote $W = \frac{1}{2}C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\sigma_{mn}$. Since the polymer material behaves to instantaneous loads as an elastic body the following definition is true:

Definition 3.

We call the elastic deformation energy of a rate body described by the low (1.3), the expresion,

$$W = \frac{1}{2}C_{ikmn}\,\sigma_{ik}\,\sigma_{mn} \tag{3.9}$$

From the physical point of view W must be a positive definite function. The following asertion strengthens the above statement

Postulate

The elastic deformation energy W defined by the (3.9) is a strict ***positive definite*** form in the tensions space, that is a number $k > 0$ exists,

such that,

$$\frac{1}{2} C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \sigma_{mn} \geqslant K \, \|\sigma\|^2. \tag{3.10}$$

Now, we shall prove the following result :

Theorem 3.

If the conditions (3.7) and (3.10) are satisfied, then the system (1.4) is asymptotically stable.

Proof.

We shall use the theorem 2. considering as function V, the function,

$$V = \frac{1}{2} C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \sigma_{mn}$$

that is just the elastic deformation energy W defined by the (3.9)

The function V defined above has the following properties :

a) $V > 0$ taking into account the inequality (3.10). Also $V = 0$ for $\sigma_{ij} = 0$.

b) $\dot{V} = C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \dot{\sigma}_{mn}$

Multiplying the system (1.4) by σ_{ik} and summing with respect to i and k we obtain,

$$C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \dot{\sigma}_{mn} + \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T) = 0$$

or

$$C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \dot{\sigma}_{mn} = - \sigma_{ik} f_{ik}(\sigma_{jl}, T) \tag{3.11}$$

From (3.11) and also from the condition (3.7) it follows,

$$C_{ikmn}\, \sigma_{ik}\, \dot{\sigma}_{mn} < 0$$

that is,

$$\dot{V} < 0$$

c) From (3.1) we have $|V| \geqslant k \, \|\sigma\|^2$.

According to the theorem (2.2) as the function V satisfies all the conditions imposed on by this theorem the assumption made certain the theorem 3 results.

4. Conclusions

Now, we shall interprete the results which have been obtained from a physical point of view.

a) If, we admit the condition (3.7) then for the rate materials defined by the system (1.3) the symmetric of the tensor C results.

If, in addition, we admit also the fact that the elastic deformation energy is a strict positive — definite function then according to the theorem 3, we have :

b) At small variations of the initial stress neighbouring relaxation states correspond

c) The stresses vanish when $t \to \infty$, therefore the relation process of stresses taxes place.

REFERENCES

1. *C. Truesdell, W. Noll,* The Non-linear Field Theories of Mechanics, Handbuch der Physik, Band III/3, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg, New York, 1965.
2. *B. D. Coleman, M. E. Gurtin, I. Herrera,* Waves in materials with memory", Arch. Rat. Mech. Anal 19, 1—19. Reprinted in Wave Propagation in Dissipative Materials, Berlin—Heidelberg—New-York : Springer (96 t).
3. *I. Suliciu,* St. cerc. mat., 25, 1 (1973).
4. *N. Cristescu,* Bull. Acad. Polon. Sci., 11, 129—133 (1963).
5. *N. Cristescu,* Some problems in the mechanics of extensible strings Symp. IUTAM. Stress Waves in Anelastic Solids, H. Kolsky and W. Prager eds. Providence, Springer Verlag, (1963).
6. *E. Malvern,* J. Appl. Mech. 18, 203—208 (1951).
7. *V. V. Sokolovski,* Prelad. Mat. Meh. 12, 161—280 (1948) (in russian).
8. *N. Cristescu, I. Suliciu,* Rapid motions of circular membranes. Rev. Roum. Math. Pures et Appl. XII, 1, 43—62 (1967).
9. *M. Mihăilescu,* Rev. Roum. Math. Pures et Appl. XIII, b 815 (1968).
10. *M. Mihăilescu, I. Suliciu,* Rev. Roum. Math. Pures et Appl. XV, 1, 8—98 (1970).
11. *A. Halanay,* Calitative Theory of Differential Equations. Acad. R.S.R. 1963.
12. *E. Barbaşin,* „Vedenie v teoriu ustoicivost", M. 1967 (in russian).

Asupra relaxării pentru materiale de tip rate

În această lucrare se studiază o problemă de actualitate : problema relaxării tensiunii pentru materiale de tip rate. Aceste materiale, cu vaste aplicații (cum sînt, de pildă, materialele polimere) sînt corpuri pentru care legea constitutivă este,

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = C_{ijmn}\,\dot{\sigma}_{mn} + \varphi(T, \sigma), \qquad i, j = 1, 2, 3$$

unde punctul este derivata în raport cu timpul, iar T — temperatura.

Construind o funcție Liapunov convenabilă se arată că sistemul diferențial,

$$C_{ijmn}\,\dot{\sigma}_{mn} + (T, \sigma) = 0$$

admite poziția de echilibru $\sigma = 0$, ca poziție asimptotic stabilă, dacă este satisfăcută o anumită condiție termodinamică.

C.Z. : 517

OPERAȚIA DE REGLARE A FUNCȚIILOR REALE

M. GHEORGHE, C. NEAGU, M. NICOLESCU *

În procesul de reglare a unui sistem, unul din obiectivele urmărite este realizarea unei perioade maxime de funcționare între două reglări consecutive.

Lucrarea introduce și definește operația denumită reglare, definește intervalul de ciclu funcțional și prezintă teoremele pe baza cărora se determină perioada de ciclu funcțional corespunzătoare unei reglări oarecare și parametrii care realizează reglarea optimă.

Relațiile stabilite constituie baza teoretică pentru reglarea sistemelor tehnologice, în cazul în care funcția obiectiv este realizarea unei perioade maxime de funcționare între două reglări succesive.

1. Introducere

La reglarea unui sistem, unul din obiectivele urmărite este realizarea unei anumite perioade de funcționare între două reglări consecutive. Mărimea perioadei de funcționare a sistemului depinde de mărimea intervalului de siguranță impus mărimii fizice de reglat, forma funcției care exprimă legea de variație în timp a mărimii fizice respective și de poziția relativă dintre interval și funcție [1, 2, 3].

Determinarea poziției funcției care exprimă legea de variație în timp a mărimii fizice de reglat în raport cu intervalul de siguranță impus mărimii fizice respective, în vederea realizării unei anumite perioade de funcționare a sistemului, necesită efectuarea unei operații care va fi denumită, convențional, reglare.

Se prezintă, în cele ce urmează, ceea ce este esențial și formalizabil la operația de reglare.

2. Elemente definitorii

Se dă funcția f reală, definită și continuă pe intervalul pozitiv $[t_0, T]$, respectiv

$$f: [t_0, T] \to \mathbb{R},\ [t_0, T] \subset [0, +\infty),\ t_0 < T \text{ și}$$
$$(\forall)\, t_i \in [t_0, T] \Rightarrow \lim_{t<t_i} f(t) = f(t_i) \tag{1}$$

* Șef lucrări ing; Șef lucrări dr. ing; Catedra Tehnologia construcției de mașini; Lector, Catedra Matematici

unde $\mathbb{R}$ este mulțimea numerelor reale, celelalte notații fiind cele tradiționale.

Se dă constanta strict pozitivă δ.

Fie λ un parametru real și $I_\delta(\lambda)$ intervalele de mărime δ respectiv

$$I_\delta(\lambda) = [\lambda, \lambda + \delta), \delta = \text{const.} > 0, \lambda \in \mathbb{R} \tag{2}$$

Prin definiție, se denumește *reglare* operația prin care se asociază cuplului (f, δ) un număr real λ, cu proprietatea $f(t_0) \in I_\delta(\lambda)$ și se scrie

$$R(f, \delta) = \lambda, f(t_0) \in I_\delta(\lambda) \tag{3}$$

După reglare se spune că funcția f este reglată în raport cu constanta δ.

Prin definiție, se denumește *interval de ciclu funcțional* intervalul $[t_0, t_c]$, $t_c > t_0$, pentru care

$$f([t_0, t_c]) \subseteq I_\delta(\lambda) \text{ și } f(t_c + \varepsilon) \notin I_\delta(\lambda), \varepsilon > 0 \text{ (suficient de mic)} \tag{4}$$

Este evident că

$$t_c \in (t, T] \tag{5}$$

Prin definiție, se denumește *perioadă a ciclului funcțional*, și se notează cu T_c, mărimea intervalului de ciclu funcțional, respectiv

$$T_c = t_c - t_0 \tag{6}$$

Este, de asemenea, evident (v. rel. 5 și 6) că

$$T_c \in (0, T - t_0] \tag{7}$$

Operația de reglare este posibilă pentru o mulțime infinită de valori λ și anume pentru oricare $\lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)]$, respectiv

$$f(t_0) \in I_\delta(\lambda) \Rightarrow \lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)] \tag{8}$$

Într-adevăr, prin explicitarea lui λ din relația

$f(t_0) \in I_\delta(\lambda) = [\lambda, \lambda + \delta]$ se obțin $\lambda \leqslant f(t_0)$ și $\lambda \geqslant f(t_0) - \delta$, respectiv $\lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)]$.

De asemenea, pentru t_c determinat, este evident că

$$f([t_0, t_c]) \subseteq I_\delta(\lambda) \text{ și } (\forall) t_1 \in [t_0, t_c] \Rightarrow f([t_0, t_1)] \subseteq I_\delta(\lambda) \tag{9}$$

Problema principală care se pune este de a determina valoarea lui λ, fie λ_0 aceasta, pentru care perioada ciclului funcțional este maximă

(optimă) adică $T_c = T_{c\,max} = T_{c0}$, ceea ce este echivalent cu $t_c = t_{c\,max} = t_{c0}$ (v. rel. 6), respectiv de a realiza reglarea optimă $R(f, \delta) = \lambda_0$.

Se definește, astfel, ca reglare optimă reglarea pentru care

$$R(f, \delta) = \lambda_0,\ f(t_0) \in I_\delta(\lambda_0) \text{ și } t_c = t_{c\,max} = t_{0c} \Leftrightarrow T_c = T_{c\,max} = T_{c0} \tag{10}$$

De asemenea, se numește *interval de ciclu funcțional optim* intervalul de ciclu funcțional $[t_0, t_{e0}]$ corespunzător reglării optime.

Observație: funcția f și constanta δ definite mai sus reprezintă, în cadrul reglării unui sistem, funcția care exprimă legea de variație a mărimii fizice de reglat și respectiv mărimea intervalului de siguranță impus mărimii fizice respective.

3. Reglarea optimă

A realiza reglarea optimă este echivalent cu a determina parametrii λ_0 și t_{e0} care o definesc (v. rel. 10).

Se vor prezenta, mai întîi, unele elemente privind mărimea t_c corespunzătoare unei reglări oarecare și, apoi, modul de determinare a parametrilor λ_0 și t_{c0} care definesc reglarea optimă.

Fie $f(t_{ei})$ și $f(t_{Ei})$, $i = 1, 2, \ldots$, extremele funcției f astfel încît

$$(\forall) i = 1, 2, \ldots,\ f(t_{ei}) \leqslant f(t_0) \text{ și } f(t_{Ei}) \geqslant f(t_0) \tag{11}$$

Fie, de asemenea, $m(f)$ și $M(f)$ marginile funcției f adică :

$$\begin{aligned} m(f) &= \inf \{f(t):\ t \in [t_0, T]\} = \inf \{f(t_{ei})\}_{i=1,2\ldots}, \\ M(f) &= \sup \{f(t) : t \in [t_0, T]\} = \sup \{f(t_{Ei})\}_{i=1,2\ldots}, \end{aligned} \tag{12}$$

Se notează cu A mulțimea punctelor din $[t_0, T]$ diferite de punctele de extrem t_{ei}, t_{Ei}, $i = 1, 2, \ldots$, adică

$$A = [t_0, T] \setminus \{t_{ei}, t_{Ei}\}_{i=1,2,\ldots} \tag{13}$$

LEMA 1. Dacă t' și t'' reprezintă inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda'$, $\lambda' \in (m(f), f(t_0))$ și respectiv $f(t) = \lambda''$, $\lambda'' \in (f(t_0), M(f))$, atunci pentru oricare $t \in [t_0, t']$ rezultă $f(t) \geqslant f(t')$ și t' aparține unui interval pe care funcția f este descrescătoare, respectiv pentru oricare $t \in [t_0, t''_0]$ rezultă $f(t) \leqslant f(t'')$ și t'' aparține unui interval pe care funcția f este crescătoare, iar $f(t') < f(t'')$, adică pentru

$$f(t) = \lambda',\ \lambda' \in (m(f), f(t_0)) \Rightarrow t = t'_j,\ j = 1, 2, \ldots, t'_j \in A \text{ și } t' = \inf\{t'_j\} \tag{14}$$

rezultă

$$(\forall) t \in [t_0, t'] \Rightarrow f(t) \geqslant f(t') = \lambda' \tag{15}$$

și

$$f(t' + \varepsilon) < f(t'),\ \varepsilon > 0 \text{ (suficient de mic)} \tag{15'}$$

și pentru

$$f(t) = \lambda'',\ \lambda'' \in (f(t_0), M(f)) \Rightarrow t = t_j'',\ j \in 1, 2, \ldots,\ t_j'' \in A \quad \text{și} \quad t'' = \inf\{t_j''\} \tag{16}$$

rezultă

$$(\forall) t \in [t_0, t''] \Rightarrow f(t) \leqslant f(t'') = \lambda'' \tag{17}$$

și

$$f(t'' + \varepsilon) > f(t''),\ \varepsilon > 0 \text{ (suficient de mic)} \tag{17'}$$

iar

$$f(t') < f(t'') \tag{18}$$

unde f este funcția dată de relația (1), iar $m(f)$ și $M(f)$ marginile funcției f (v. rel. 12).

Demonstrație: Dacă, de exemplu, există $t_1 \in [t_0, t']$ pentru care $f(t_1) < f(t')$ atunci, funcția f fiind continuă, conform teoremei lui Darboux a valorii intermediare rezultă că ar mai exista un punct t_2, $t_2 \in (t_0, t_1)$ pentru care $f(t_2) = f(t')$. Punctul t_2 fiind, astfel, o soluție a ecuației (14) și cum $t_2 < t_1 < t'$ ar rezulta că proprietatea lui t' de a fi un inferior este contrazisă. Deci relația (15) este adevărată. Relația (15) este echivalentă cu $f(t' - \varepsilon) \geqslant f(t')$ pentru $\varepsilon > 0$ (suficient de mic), ceea ce arată că t' aparține unui interval pe care funcția f este descrescătoare și deci relația (15)' este adevărată. Condiția $t_j' \in A$, respectiv $t_j' \notin t_{ei}$, este necesară deoarece extremele $f(t_{ei})$ nu verifică relațiile (15) și (15)'. Similar se demonstrează relațiile (17) și (17)'. De asemenea, deoarece $f(t') = \lambda' < f(t_0)$ și $f(t'') = \lambda'' > f(t_0)$, rezultă $f(t') < f(t_0) < f(t'')$, de unde $f(t') < f(t'')$ ceea ce demonstrează relația (18).

Corolarul 1. Dacă t_1', t_2', t_1'' și t_2'' reprezintă inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda_1'$, $f(t) = \lambda_2'$, $f(t) = \lambda_1''$ și respectiv $f(t) = \lambda_2''$, $m(f) < \lambda_1' < \lambda_2' < f(t_0)$, $f(t_0) < \lambda_1'' < \lambda_2'' < M(f)$, atunci $t_1' > t_2'$ și $t_1'' < t_2''$.

Într-adevăr, în condițiile date, pentru oricare $t \in [t_0, t_2']$ se obține (v. rel. 15) $f(t) \geqslant f(t_2')$. Dacă $t_1' < t_2'$, respectiv $t_1' \in [t_0, t_2']$, s-ar obține $f(t_1') = \lambda_1' > f(t_2') = \lambda_2$ ceea ce contrazice ipoteza $\lambda_1' < \lambda_2'$. Deci $t_1' > t_2'$. Similar se demonstrează că $t_1'' < t_2''$.

Corolarul 2. Dacă t^* este inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda$, $f(t) = \lambda + \delta$, $\lambda \in (m(f), f(t_0)) \cap (f(t_0) - \delta, f(t_0))$, atunci

$$f([t_0, t^*]) \subseteq I_\delta(\lambda) = [\lambda, \lambda + \delta] \text{ și } f(t^* + \varepsilon) \notin I_\delta(\lambda),\ \varepsilon > 0 \text{ (suficient de mic)} \tag{19}$$

Într-adevăr, în condițiile date, dacă t' și t'' reprezintă inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda$ și respectiv $f(t) = \lambda + \delta$, este evident că $t^* = \inf\{t', t''\}$. Pentru oricare $t \in [t_0, t']$ rezultă $f(t) > f(t') = \lambda$ (v. rel 15), pentru oricare $t \in [t_0, t'']$ rezultă $f(t) < f(t'') = \lambda + \delta$ (v. rel. 17) și

(v. și rel. 18) $f(t') < f(t'')$. Dacă $t' < t''$, atunci $t^* = t'$ și deci pentru oricare $t \in [t_0, t^*]$ rezultă $f(t) \geqslant \lambda$ și respectiv $f(t) \leqslant \lambda + \delta$, adică $f(t) \in [\lambda, \lambda + \delta]$, echivalent cu $f([t_0, t^*]) \subseteq I_\delta(\lambda) = [\lambda, \lambda + \delta]$; dar $f(t^* + \varepsilon) < f(t^*) = \lambda$ (v. rel. 15'), adică $f(t^* + \varepsilon) \notin I_\delta(\lambda)$, $\varepsilon > 0$ (suficient de mic). Similar se demonstrează relația (19) și în cazul $t'' < t'$.

Relația (19) arată că t^* îndeplinește condițiile de a fi un t_c, respectiv de a defini un interval de ciclu funcțional (v. rel. 4).

Astfel, pentru a determina extremitatea t_c a intervalului de ciclu funcțional corespunzător unei reglări oarecare $R(f, \delta) = \lambda$ este necesar să se rezolve ecuațiile corespunzătoare intersecției funcției f cu dreptele definite de capetele intervalului $I_\delta(\lambda) = [\lambda, \lambda + \delta]$. Fie t_{gk}, $k = 1, 2, \ldots$, soluțiile reale ale acestor ecuații, respectiv

$$f(t) = \lambda,\ f(t) = \lambda + \delta,\ \lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)] \Rightarrow t = t_{gk},\ k = 1, 2, \ldots, \tag{20}$$

Ecuațiile (20) pot avea cel mult soluții egale cu punctele de extrem ale funcției f sau cel puțin o soluție diferită de punctele de extrem ale funcției f, respectiv

$$\{t_{gk}\}_{k=1,\,2,\ldots} \subseteq \{t_{ei}, t_{Ei}\}_{i=1,\,2,\ldots} \tag{20'}$$

sau

$$\{t_{gk}\}_{k=1,\,2,\ldots} \subseteq \{t_{ei}, t_{Ei}, t_j\}_{i,\,j=1,\,2,\ldots} \tag{20''}$$

unde t_{ei}, t_{Ei}, $i = 1, 2, \ldots$, sînt punctele de extrem ale funcției f, iar t_j, $j = 1, 2, \ldots$, — soluțiile ecuațiilor (20) diferite de punctele de extrem ale funcției f.

Existența uneia din relațiile (20)', (20)'' depinde de $m(f)$, $M(f)$, $f(t_0)$, δ și λ. Astfel,

$$M(f) - m(f) \leqslant \delta \text{ și } \lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)] \Rightarrow \Rightarrow \{t_{gk}\}_{k=1,\,2,\ldots} \subseteq \{t_{ei}, t_{Ei}\}_{i=1,\,2,\ldots} \tag{21}$$

și

$$M(f) - m(f) \leqslant \delta \text{ și } \lambda \in [m(f), f(t_0)] \text{ sau } M(f) - m(f) > \delta \text{ și } \lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)] \Rightarrow \{t_{gk}\}_{k=1,\,2,\ldots} \subseteq \{t_{ei}, t_{Ei}, t_j\}_{i,j=1,2,\ldots} \tag{22}$$

Într-adevăr, pentru $M(f) - m(f) \leqslant \delta$ și $\lambda \in [M(f) - \delta, m(f)]$, respectiv $\lambda + \delta \in [M(f), m(f) + \delta]$, rezultă $\lambda \leqslant m(f)$ și $\lambda + \delta \geqslant M(f)$. Deoarece $f(t) \geqslant m(f)$ și $f(t) \leqslant M(f)$ rezultă că ecuațiile $f(t) = \lambda$ și $f(t) = \lambda + \delta$ au cel mult soluții egale cu soluțiile ecuațiilor $f(t) = m(f)$ și $f(t) = M(f)$, care aparțin, evident, mulțimii $\{t_{ei}, t_{Ei}\}$ ceea ce demonstrează relația (21). Similar se demonstrează și relația (22).

LEMA 2. Extremitatea t_c a intervalului de ciclu funcțional corespunzător unei reglări oarecare $R(f, \delta) = \lambda$ este

$$t_c = \begin{cases} T & , \text{ dacă } M(f) - m(f) \leqslant \delta \text{ și } \lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)] \\ \inf\{t_j\}, & \text{dacă } M(f) - m(f) \leqslant \delta \text{ și } \lambda \in (m(f), f(t_0)] \text{ sau} \\ & M(f) - m(f) > \delta \text{ și } \lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)] \end{cases} \tag{23}$$

unde t_j, $j = 1, 2, \ldots$, sînt soluțiile din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda$ și $f(t) = \lambda + \delta$.

Demonstrație

Dacă $M(f) - m(f) \leqslant \delta$ și $\lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)]$, respectiv $\lambda + \delta \in [M(f),\ m(f) + \delta]$, din $\lambda \leqslant m(f) \leqslant f(t) \leqslant M(f) \leqslant \lambda + \delta$ rezultă $f(t) \in [\lambda,\ \lambda + \delta] = I_\delta(\lambda)$ pentru oricare $t \in [t_0,\ T]$, respectiv $t_c = T$ (v. rel. 4). Se constată, astfel, că relația (21) conduce la $t_c = T$.

Dacă $M(f) - m(f) \leqslant \delta$ și $\lambda \in (m(f),\ f(t_0)]$ sau $M(f) - m(f) > \delta$ și $\lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)]$, ecuațiile $f(t) = \lambda$, $f(t) = \lambda + \delta$ au soluțiile reale t_{gk}, $k = 1, 2, \ldots$, caracterizate prin relația (20)'' (v. rel. 22). Punctele de extrem t_{ei} și t_{Ei}, $i = 1, 2, \ldots$, nu pot fi t_c. Într-adevăr, dacă t_{ei} este un punct minim, atunci $f(t_{ei} + \varepsilon) > f(t_{ei})$, $\varepsilon > 0$ (suficient de mic) și pentru $f(t_{ei}) = \lambda$ rezultă $f(t_{ei} + \varepsilon) > \lambda$ adică $f(t_{ei} + \varepsilon) \in I_\delta(\lambda)$ ceea ce contrazice condițiile (4); similar se discută și t_{ei} — punct de maxim, t_{Ei} — — punct de maxim sau minim. Soluțiile t_{gk}, $k \in \{1, 2, \ldots\}$, egale cu t_j, $j = 1, 2, \ldots$, au ca inferior t^*, respectiv $t^* = \inf\{t_{gk}\} = \inf\limits_k \{t_j\}$. Deoarece t^* îndeplinește condițiile de a fi t_c (v. rel. 19) rezultă că $t_c = t^*$, respectiv $t_c = \inf\limits_j \{t_j\}$, lema 2 fiind, astfel, complet demonstrată.

Pentru o funcție f constantă se obține, prin particularizarea relațiilor (23), $t_c = T$, respectiv

$$f(t) = m(f) = M(f) = f(t_0) = \text{const.} \text{ și } \lambda \in [f(t_0) - \delta,\ f(t)_0] \Rightarrow t_c = T \tag{24}$$

De asemenea, dacă t_c este soluție a ecuației $f(t) = \lambda$ atunci t_c aparține unui interval pe care funcția f este descrescătoare și $f([t_0, t_c]) \subseteq [f(t_c),\ f(t_0) + \delta]$ iar dacă t_c este soluție a ecuației $f(t) = \lambda + \delta$ atunci t_c aparține unui interval pe care funcția f este crescătoare și $f([t_0,\ t_c]) \subseteq [f(t_c) - \delta,\ f(t_c)]$ (v. lema 1 și rel. 4.19), respectiv

$$(\forall)\ \lambda \in [f(t_0) - \delta,\ f(t_0)],\ f(t_c) = \lambda \Rightarrow f(t_c + \varepsilon) < f(t_c) \text{ și}$$

$f([t_0,\ t_c]) \subseteq [f(t_c),\ f(t_c) + \varepsilon]$ iar $f(t_c) = \lambda + \delta \Rightarrow f(t_c + \varepsilon) > f(t_c)$

și $f([t_0, t_c]) \subseteq [f(t_c) - \delta, f(t_c)]$, $\varepsilon > 0$ (suficient de mic) (25)

Dintre ecuațiile (20) posibile, numai unele sînt utile pentru determinarea mărimii t_{c0}, ceea ce va rezulta din cele ce urmează.

Se consideră extremele funcției f cuprinse în intervalul $[f(t_0) - \delta, f(t_0) + \delta]$ și anume minimele $f(t_{mi})$ și maximele $f(t_{Mi})$, $i = 1, 2, \ldots$, astfel încît

$$f(t_{mi}) \in [f(t_0) - \delta, f(t)_0)], \; f(t_{Mi}) \in [f(t_0), f(t_0) + \delta], \qquad i = 1, 2, \ldots \tag{26}$$

Este evident că $\{f(t_{mi})\} \subseteq \{f(t_{ei})\}$ și $\{f(t_{Mi})\} \subseteq \{(f(t_{Ei})\}$, $i = 1, 2, \ldots$, unde $f(t_{ei})$ și $f(t_{Ei})$ sînt extremele funcției f date de relațiile (11).

Se constată că operația de reglare este posibilă pentru $(\forall)\lambda \in \{f(t_{mi}), f(t_{Mi}) - \delta\}_{i=1,2,\ldots}$. Astfel, pentru $\lambda = f(t_{mi})$ se obține $\lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)]$ iar pentru $\lambda = f(t_{Mi}) - \delta$, respectiv $\lambda + \delta = f(t_{Mi})$, din $\lambda + \delta \in [f(t_0), f(t_0) + \delta]$ se obține $\lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)]$, fiind deci satisfăcută condiția de reglare (v. rel. 8).

Se consideră ecuațiile $f(t) = \lambda$, $f(t) = \lambda + \delta$ pentru $\lambda = f(t_{mi})$ și, respectiv $\lambda = f(t_{Mi}) - \delta$, $i = 1, 2, \ldots$. Fie t_{cmi} și respectiv t_{cMi} inferiorul soluțiilor din A ale acestor ecuații și $t_{cm} = \sup_i \{t_{cmi}\}$, $t_{cM} = \sup_i \{t_{cMi}\}$, adică

$$f(t) = f(t_{mi}), \; f(t) = f(t_{mi}) + \delta, \quad i = 1, 2, \ldots \Rightarrow t = t_{mij}, \quad j = 1, 2, \ldots, \tag{28}$$

$$t_{mij} \in A, \; t_{cmi} = \inf_j \{t_{mij}\} \text{ și } t_{cm} = \sup_i \{t_{cmi}\}$$

$$f(t) = f(t_{Mi}) - \delta, \; f(t) = f(t_{Mi}), \quad i = 1, 2, \ldots \Rightarrow t = t_{Mij}, \quad j = 1, 2, \ldots, \tag{29}$$

$$t_{Mij} \in A, \; t_{cMi} = \inf_j \{t_{Mij}\} \text{ și } t_{cM} = \sup_i \{t_{cMi}\}$$

unde $f(t_{mi})$ și $f(t_{Mi})$ sînt minimele și maximele funcției f care satisfac condițiile (26) iar A este mulțimea dată de relația (13).

Observații:

— restricțiile $t_{mij} \in A$ și $t_{Mij} \in A$ din relațiile (28) și (29) rezultă din faptul că punctele de extrem t_{ei} și t_{Ei} respectiv t_{mi} și t_{Mi}, $i = 1, 2, \ldots$, nu pot fi t_c (v. lema 2) și deci nici t_{c0};

— în ipoteza că funcția f are un număr finit de puncte de minim și de maxim, soluțiile t_{mij} și t_{Mij} sînt în număr finit astfel încît, în rela-

țiile (28) și respectiv (29), inferiorul și superiorul coincid cu minimul și maximul mulțimii respective.

Teoremă. Mărimea λ_0 care definește reglarea optimă $R(f, \delta) = \lambda_0$ și extremitatea t_{c0} a intervalului de ciclu funcțional optim sînt

$$\lambda_0 = (\forall)\, \lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)] \text{ și } t_{c0} = T, \text{ dacă } M(f) - m(f) \leqslant \delta \tag{30}$$

și

$$\lambda_0 = \begin{cases} f(t_{cm}) - \delta, & \text{dacă } t_{cm} \geqslant t_{cM} \\ f(t_{cM}), & \text{dacă } t_{cM} \geqslant t_{cm} \end{cases}$$

și

$$t_{c0} = \max\{t_{cm},\ t_{cM}\}, \text{ dacă } M(f) - m(f) > \delta \tag{31}$$

unde t_{cm} și t_{cM} sînt definite de relațiile (28) și (29).

Demonstrație

Cazul I: $M(f) - m(f) \leqslant \delta$. Pentru $\lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)]$ rezultă $t_c = T$ (v. rel. 23). Cum $\max t_c = T$ (v. rel. 5) este evident că $t_{c0} = T$. λ_0, fiind valoarea lui λ care realizează t_{c0}, este $\lambda_0 = (\forall)\lambda \in [M(f) - \delta,\ m(f)]$ (v. rel. 23). Deci relația (30) este demonstrată.

Cazul II: $M(f) - m(f) > \delta$.

Fie $f(t_{hi})$, $f(t_{Hi})$, $i = 1, 2, \ldots$, extremele funcției f din $[f(t_0) - \delta,\ f(t_0) + \delta]$ astfel încît

$$f(t_{hi}) \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)] \text{ și } f(t_{Hi}) \in [f(t_0),\ f(t_0) + \delta], \qquad i = 1, 2, \ldots \tag{32}$$

Este evident că $\{f(t_{mi})\} \subseteq \{f(t_{hi})\}$ și $\{f(t_{Mi})\} \subseteq \{f(t_{Hi})\}$, $i = 1, 2, \ldots$ (v. rel. 26). Se constată, de asemenea, că operația de reglare este posibilă pentru $(\forall)\ \lambda \in \{f(t_{hi}),\ f(t_{Hi}) - \delta\}_{i=1,2,\ldots}$.

Se efectuează operații similare celor indicate în relațiile (28) și (29), respectiv

$$(t) = f(t_{hi}),\ f(t) = f(t_{hi}) + \delta, \qquad i = 1, 2, \ldots \Rightarrow t = t_{hij}, \quad j = 1, 2, \ldots, \tag{33}$$

$$t_{hij} \in A,\ t_{chi} = \inf_j \{t_{hij}\} \text{ și } t_{ch} = \sup_i \{t_{chi}\}$$

$$f(t) = f(t_{Hi}) - \delta,\ f(t) = f(t_{Hi}), \qquad i = 1, 2, \ldots \Rightarrow t = t_{Hij}, \quad j = 1, 2, \ldots, \tag{34}$$

$$t_{Hij} \in A,\ t_{cHi} = \inf_j \{t_{Hij}\} \text{ și } t_{cH} = \sup_i \{t_{cHi}\}$$

unde $f(t_{hi})$ și $f(t_{Hi})$ sînt extremele funcției f care satisfac condițiile (32), iar A este mulțimea dată de relația (13).

Este evident (v. și rel. 28, 29) că

$$t_{cm} \in \{t_{chi}\}_{i=1,2,\ldots} \text{ și } t_{cM} \in \{t_{cHi}\}_{i=1,2,\ldots} \tag{35}$$

Fie $f(t_{m0})$, $f(t_{M0})$, $f(t_{h0})$ și $f(t_{H0})$ extremele funcției $f - f(t_{m0}) \in \in \{f(t_{mi})\}$, $f(t_{M0}) \in \{f(t_{Mi})\}$, $f(t_{h0}) \in \{f(t_{hi})\}$ și respectiv $f(t_{M0}) \in \{f(t_{Hi})\}$, $i = 1, 2, \ldots$ — care definesc reglările ce realizează t_{cm}, t_{cM}, t_{ch} și respectiv t_{cH}.

Fie t'_h, t''_h, t'_H și t''_H inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = = f(t_{h0})$, $f(t) = f(t_{h0}) + \delta$, $f(t) = f(t_{H0}) - \delta$ și respectiv $f(t) = f(t_{H0})$. Este evident că $t_{ch} = \inf \{t'_h, t''_h\}$ și $t_{cH} = \inf \{t'_H, t''_H\}$.

Fie, de asemenea, t' și t'' inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda$, și respectiv $f(t) = \lambda + \delta$ pentru $\lambda \neq \{f(t_{h0}), f(t_{H0}) - \delta\}$ și $t_c = \inf (t', t'')$.

A demonstra relațiile (31) este echivalent cu a demonstra că

$$\text{dacă } t_{cH} \geqslant t_{ch} \text{ atunci } f(t_{H0}) = f(t_{M0}) \Leftrightarrow t_{cH} = t_{cM} \quad \text{și} \tag{36}$$

$$(\forall)\lambda \neq f(t_{M0}) - \delta \Rightarrow t_c < t_{cM} \Leftrightarrow t_{c\,\max} = t_{cM}$$

și

$$\text{dacă } t_{ch} \geqslant t_{cH} \text{ atunci } f(t_{h0}) = f(t_{m0}) \Leftrightarrow t_{ch} = t_{cm} \quad \text{și} \tag{37}$$

$$(\forall)\ \lambda \neq f(t_{m0}) \Rightarrow t_c < t_{cm} \Leftrightarrow t_{c\,\max} = t_{cm}$$

Astfel, dacă $t'_h < t''_h$, respectiv $t_{ch} = t'_h$, deoarece t_{ch} aparține unui interval pe care funcția este descrescătoare (v. lema 1), există un punct de maxim t_{Mu} și un punct de minim t_{mv}

$$t_{Mu} < t_{ch} < t_{mv},\ u, v \in \{1, 2, \ldots\},\ f([t_0, t_{ch}]) \subseteq [f(t_{ch}), f(t_{Mu})] \tag{38}$$

pentru care

$$f(t_{mv}) < f(t_{Mu}) - \delta \leqslant f(t_{ch}) \tag{39}$$

$$(\forall)t \in [t_{ch}, t_{mv}) \Rightarrow f(t + \varepsilon) < f(t),\ \varepsilon > 0 \text{ (suficient de mic)} \tag{40}$$

Într-adevăr, deoarece pentru oricare $t \in [t_0, t_{ch}]$ se obține $f(t) \in \in [f(t_{ch}), f(t_{ch}) + \delta]$ (v. rel. 25) și cum $t_{Mu} \in [t_0, t_{ch})$ rezultă

$$f(t_{Mu}) \leqslant f(t_{ch}) + \delta \tag{41}$$

De asemenea,

$$f(t_{mv}) + \delta < f(t_{Mu}) \tag{42}$$

în caz contrar, ecuațiile $f(t) = f(t_{mv})$ și $f(t) = f(t_{mv}) + \delta$ având soluții mai mari decît t_{mv} (v. cololar 1 — lema 1), ar rezulta $t_{ch} > t_{mv}$ ceea ce contrazice relația (38).

Din (41) și (42) rezultă $f(t_{mv}) + \delta < f(t_{Mu}) \leqslant f(t_{ch}) + \delta$ de unde $f(t_{mv}) < f(t_{Mu}) - \delta \leqslant f(t_{ch})$, ceea ce demonstrează relația (39).

Dacă ar exista un extrem $f(t_{hi}) \in (f(t_{mi}), f(t_{h0}))$, $i \in \{1, 2, \ldots\}$, iar t' și t'' ar fi inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = f(t_{hi})$ și respectiv $f(t) = f(t_{hi}) + \delta$, atunci $t'_{ch} < t' < t''$ sau $t'' < t_{ch} < t'$ adică $t_c = t' > t_{ch}$ sau respectiv $t_c = t'' < t_{ch}$, care contrazice ipoteza de lucru că $f(t_{h0})$ este extremul care realizează $t_{ch} = t'_h$ și deci relația (40) este adevărată.

Fie t'_M și t''_M inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = f(t_{Mu}) - \delta$ și respectiv $f(t) = f(t_{Mu})$ și $t^*_{cM} = \inf \{t'_M, t''_M\}$. Deoarece $f(t_{mv}) < f(t'_M) \leqslant f(t_{ch})$ (v. rel. 39) și pe $[t_{ch}, t_{mv}]$ funcția f este strict descrescătoare (v. rel. 40) rezultă că

$$t_{ch} \leqslant t'_M < t_{mv} \tag{43}$$

De asemenea, avînd în vedere relațiile (38) și (40) — rezultă

$$t''_M > t_{mv} \tag{44}$$

Din (43) și (44) rezultă

$$t_{ch} \leqslant t'_M < t_{mv} < t''_M \tag{45}$$

Relația (45) arată că

$$t^*_{cM} = t'_M \text{ și } t^*_{cM} \geqslant t_{ch} \tag{46}$$

Pentru oricare $\lambda \neq f(t_{Mu}) - \delta$ se obține $t_c < t^*_{cM}$. Într-adevăr, fie t' și t'' inferiorul soluțiilor din A ale ecuațiilor $f(t) = \lambda$ și respectiv $f(t) = \lambda + \delta$ pentru $\lambda \neq f(t_{Mu}) - \delta$ și $t_c = \inf \{t', t''\}$. Dacă $\lambda < f(t_{Mu}) - \delta$ atunci $t' > t^*_{cM}$, $t'' < t_{Mu}$ adică $t_c = t'' < t^*_{cM}$ și dacă $\lambda > f(t_{Mu}) - \delta$ atunci $t' < t^*_{cM}$, $t'' > t^*_{cM}$ adică $t_c = t' < t^*_{cM}$ (v. și corolar 1 — lema 1).

Deci $t_{c\max}$ se obține pentru $\lambda = f(t_{Mu}) - \delta$ și $t_{c\max} = t^*_{cM}$, respectiv

$$\lambda = f(t_{Mu}) - \delta \Rightarrow t_c = t_{c\max} = t^*_{cM} = t_{cM} = t_{cH} \Leftrightarrow f(t_{Mu}) = f(t_{M0}) = f(t_{H0}) \tag{47}$$

Relațiile (46) și (47) confirmă relația (36) și, evident, $t_{c0} = t_{cM}$ și $\lambda_0 = f(t_{Mu}) - \delta = f(t_{cM})$

În mod similar se demonstrează și relația (37), respectiv $t_{c0} = t_{cm}$ și $\lambda_0 = f(t_{cm}) - \delta$, teorema fiind, astfel, complet demonstrată.

Perioada ciclului funcțional optim T_{c0} este, evident, (v. rel. 6),

$$T_{c0} = t_{c0} - t_0 \tag{48}$$

unde t_{c0} este dat de relația (30) sau respectiv (31).

Pentru o funcție f constantă, $f(t) = M(f) = m(f) = f(t_0) = \text{const.}$, se obțin, prin particularizarea relației (30) (v. și rel. 24),

$$\lambda_0 = (\forall)\ \lambda \in [f(t_0) - \delta, f(t_0)],\ t_{c0} = T \text{ și respectiv } T_{c0} = T - t_0 \tag{49}$$

4. Concluzii

Lucrarea introduce și definește operația denumită reglare, definește intervalul de ciclu funcțional și prezintă teoremele pe baza cărora se determină perioada de ciclu funcțional corespunzătoare unei reglări oarecare și parametrii care realizează reglarea optimă.

Relațiile stabilite constituie baza teoretică pentru reglarea sistemelor tehnice, în cazul în care funcția obiectiv este realizarea unei perioade maxime de funcționare între două reglări succesive.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Gheorghe, C. Neagu,* Contribuții cu privire la stabilirea restricțiilor tehnico-economice impuse reglării la dimensiune a sistemului tehnologic, Lucrările simpozionului „Creativitate în construcția, fabricarea și exploatarea automobilelor" — vol. I, Pitești, 1979.
2. *M. Gheorghe, C. Neagu,* Considerații cu privire la stabilirea relațiilor de calcul ale dimensiunii de reglare și perioadei ciclului de prelucrare, Idem [1].
3. *C. Neagu, M. Gheorghe,* Considerații cu privire la determinarea efectivă a dimensiunii de reglare a sistemului tehnologic, Idem [1].

Adjusting Operation of Real Functions

In the adjusting process of a system one of the pursued objectives is the achievement of a maximum operating period between two consecutive adjustments.

The paper introduces and defines the operation termed adjustment, defines functional cycle interval and presents the theorems by virtue of which the functional cycle period of a certain adjustment and the parameters which achieve optimum adjustment are determined.

The established relations gives the theoretical basis for the technological systems adjustment, in the case when the objective is the achievement of a maximum operating period between two succesive adjustments.

C.Z. : 621.11 : 620.9
535.3 : 531.1

OPTIMIZAREA GEOMETRIEI RECEPTORULUI DE RADIAȚIE CONCENTRATA ȘI MIȘCĂRII OGLINZILOR UNUI HELIOSTAT

ELENA TĂNĂSESCU, ELENA DECIU, AL. DĂNESCU, ST. PETRESCU, S. BOLINTINEANU *

În acest articol au fost studiate restricțiile de rotație pentru orientarea oglinzilor într-un sistem de heliostate care trebuie să respecte legea reflexiei razelor de lumină.

Analiza rotației direcționale a oglinzilor care dezvoltă caracteristicile spațio-temporale ale heliostatelor, este realizată în 3 etape, evaluînd aproximativ dimensiunile peretelui absorbant al unui receptor trunchi de piramidă.

Introducere

Teoria concentratorilor solari de mare suprafață pentru concentrarea pe un receptor central explică doi factori importanți :

1) legea reflexiei razelor de lumină care impune restricții de rotire în orientările oglinzilor dintr-un sistem de heliostate și

2) apropierea oglinzilor care creează efecte de umbră blocînd o parte din radiația solară incidentă sau reflectată sau din amîndouă.

Deci, pentru a obține caracteristicile globale ale concentratorilor într-o formă analitică sau grafică prin profile de timp, caracteristici ce vor stabili limitele teoretice ale performanței cu care putem compara sistemele de energie solară în mod experimental prin raporturile de concentrare sau ariile de concentrare efectivă trebuie combinate rezultatele analizei de rotire direcțională a oglinzilor care dezvoltă caracteristicile spațiu-timp ale heliostatelor cu rezultatele analizei umbrei care determină eficiența locală a oglinzilor în reflectarea energiei solare către un punct central (receptor).

Vom presupune că sistemul de heliostate este instalat la o distanță de aproximativ 1,20 m deasupra solului și la același nivel de la sol presupunem de asemenea că este fixat receptorul care în toate calculele noastre va avea forma unui trunchi de piramidă orientat cu baza mare spre cîmpul de oglinzi și așezat la 30 m (sau respectiv 20 m) de acestea, baza mică a trunchiului este peretele absorbant (corpul negru al receptorului), iar fețele laterale formate la interior din oglinzi pe care se reflectă razele venite de la oglinzile din sistemul de heliostate, și astfel după a doua reflectare ajung în peretele absorbant (vezi fig. 1).

Cîmpul de heliostate îl presupunem format din 10 oglinzi plane de formă dreptunghiulară cu lățimea de 1 m și înălțimea de 2 m, în poziția inițială (fixă), lățimea fiind pe direcția E—V (est-vest), iar înălțimea pe N—S (nord-sud). Oglinzile le vom nota în mod simetric începînd din stînga prin M_{-5}, M_{-4}, M_{-3}, M_{-2}, M_{-1} cu distanța de 20 cm între ele, O va fi

* Lector dr.; Lector, catedra Matematică; Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing., catedra Termotehnică; Asistent, catedra Matematică.

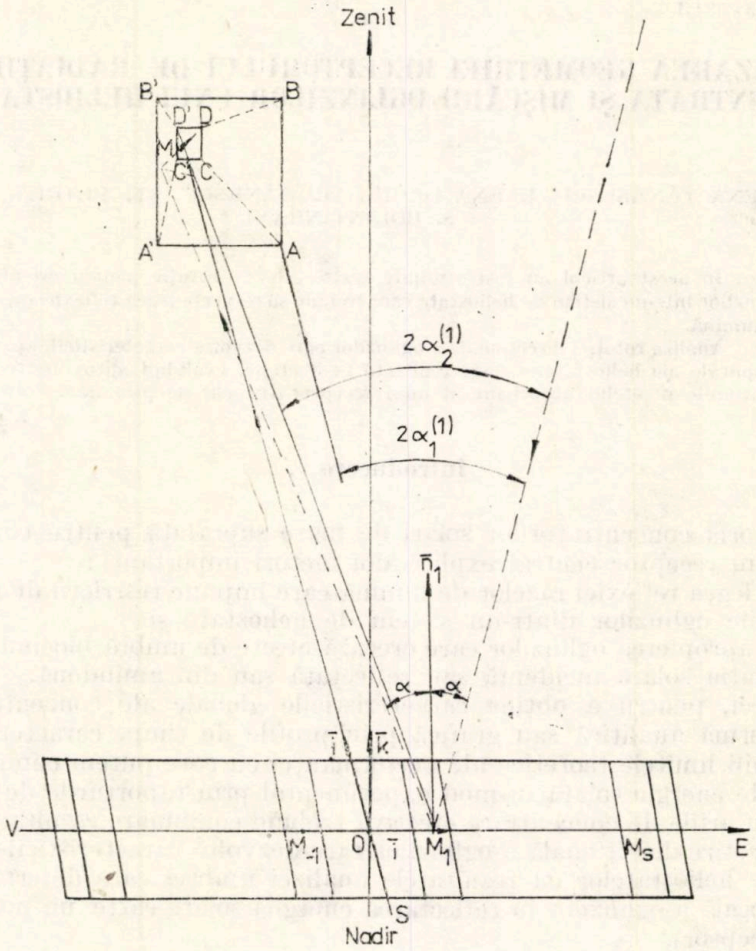


Fig. 1.

mijlocul axei ramei care este direcţia est-vest, deci centrul sistemului de heliostate, iar în dreapta vor fi celelalte cinci oglinzi M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 (fig. 2).

Analiza rotirii oglinzilor (înţelegînd prin rotire o mişcare compusă din posibilitatea de rotire a întregului sistem în jurul axei ramei, adică a direcţiei est-vest şi de asemenea, din rotirea fiecărei oglinzi în jurul axei sale orientată spre direcţia nord-sud, în poziţia iniţială) o vom face în mai multe etape.

Etapa întîi (sau studiul problemei directe) constă în a presupune dat receptorul adică trunchiul de piramidă de poziţie fixă că ar avea la un moment dat dimensiuni cunoscute şi evident la acel moment poziţia Soarelui este determinată şi în funcţie de aceste date, vom evalua limita infe-

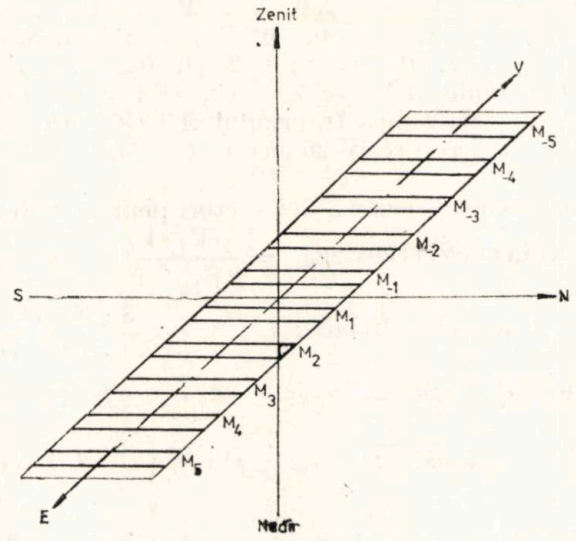


Fig. 2.

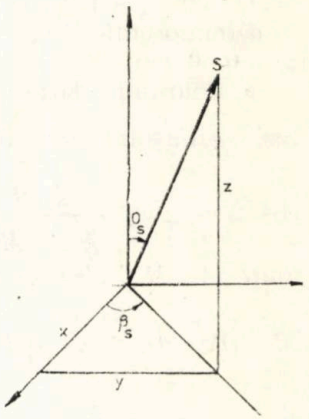


Fig. 3.

rioară și respectiv limita superioară între care pot varia toate unghiurile α sub care vin razele solare ce au șanse să ajungă prin reflexie pe peretele absorbant. Cum unghiurile α sînt unghiurile făcute cu normala la oglindă rezultă că această mulțime de valori va avea și semnificația tuturor variațiilor unghiulare la momentul considerat, a oglinzilor din sistem (adic indică poziția direcțională a fiecărei oglinzi la momentul considerat)

Tot în această etapă, vom determina apoi mulțimea valorilor lui α, după oră, deci cînd vectorul ce determină poziția soarelui variază.

A doua etapă sau studiul problemei inverse constă în aceea că presupunem cunoscute limitele α_{min} și α_{max} care sînt limitele inferioară și respectiv superioară între care variază toate rotirile oglinzilor după axa lor verticală în ipoteza că toată rama are o poziție fixată și din acestea vom determina dimensiunile trunchiului de piramidă ce constituie receptorul (sau respectiv dimensiunile peretelui absorbant).

În sfîrșit în a treia etapă din acest studiu vom considera în calcule rotirea ramei, compunînd aceste mișcări și trăgînd concluziile de rigoare asupra locurilor geometrice descrise pentru a realiza scopul de captare.

Etapa întîi

Vom alege următorul sistem de axe de coordonate: axa est-vest cu versorul $\vec{i}$, axa nord-sud cu versorul $\vec{j}$, axa zenit-nadir cu versorul $\vec{k}$.

În acest sistem de coordonate vom nota coordonatele vîrfurilor trunchiului astfel (fig. 1): $A(a, d, 0)$, $A'(-a^*, d, 0)$, $C(a, d+h, 0)$, $C(-a, d+h, 0)$, $B(a^*, d, c^*)$, $B'(-a^*, d, c^*)$, $D(a, d+h, c)$,

D' $(-a, d+h, c)$ și pe axa E — V, $M_{-1}(-\rho, 0, 0)$, $M_{-2}(-\rho, -1, 2, 0)$, $M_{-3}(-\rho, -2, 4, 0)$, $M_{-4}(-\rho, -3, 6, 0)$ $M_{-5}(-\rho, -4, 8, 0)$ și simetric $M_1(\rho, 0, 0)$, $M_2(\rho+1, 2, 0)$, $M_3(\rho+2, 4, 0)$, $M_4(\rho+3, 6, 0,)$, $M_5(\rho+4, 8, 0,)$, unde $AB = c \cdot \lambda_0 = c^*$, $O'A = a \cdot \lambda_0 = a^*$ (cu $\lambda_0 \approx 1/9$), $O'O'' = h$ = înălțimea trapezului $AA'CC'$, $OO' = d$ (cunoscută și egală cu 30 m și respectiv 20 m), $O'C = a$, $CD = c$, $\rho = 0{,}60$ cm.

Folosind relația dată de produsul scalar a doi vectori pentru evaluarea cosinusului unghiului lor vom avea (1) $\cos 2\alpha_{min} = \dfrac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{\|\vec{V}_1\| \cdot \|\vec{V}_2\|}$ deci (2)

$\cos 2\ \alpha_{min} = \dfrac{\vec{S} \cdot \overrightarrow{M_{-k}A}}{\|\vec{S}\| \cdot \|\overrightarrow{M_{-k}A'}\|}$ și respectiv (3) $\cos 2\ \alpha_{max} = \dfrac{\vec{S} \cdot \overrightarrow{M_{-k}D}}{\|\vec{S}\| \cdot \|\overrightarrow{M_{-k}D}\|}$

unde (4) $M_{-k}A'^2 = (\rho - a^*)^2 + d^2$, $\overrightarrow{M_{-k}A'} = (\rho - a^*)\vec{i} + d\vec{j}$ (5)

$M_{-k}D^2 = (a+\rho)^2 + (d+h)^2 + c^2$; $\overrightarrow{M_{-k}D} = (a+\rho)\vec{i} + (d+h)\vec{j} + c\vec{k}$ (6)

cu $k = 1, 2, 3, 4, 5$. Versorul vectorului S se scrie folosind coordonatele sferice cu raza vectoare egală cu unitatea, adică:

$$\vec{S} = (\sin\theta_s \cos\beta_s)\vec{i} + (\sin\theta_s \sin\beta_s)\vec{j} + \cos\theta_s\vec{k}, \tag{7}$$

deci $\|\vec{S}\| = 1$ (fig. 3)

Mișcarea zilnică aparentă a Soarelui față de un punct dat de pe Pământ poate fi obținută din calculele trigonometrice folosind 3 parametri specifici: poziția suprafeței, ziua din an și momentul din zi care pot fi definite prin următoarele unghiuri: λ — latitudinea (poziția în emisfera nordică), δ — declinația (poziția vara în emisfera nordică), τ — unghiul timpului (poziția după-amiaza, măsurat de la 12 local aparent).

Vectorul $\vec{S}$ al poziției Soarelui poate fi descris prin 2 componente unghiulare: unghiul zenital θ_s măsurat de la verticala locală și unghiul azimutal β_s măsurat de la Sudul real și considerat pozitiv în direcția spre vest.

Unghiul zenital la orice moment al zilei este dat de relația

$$\cos\theta_s = \sin\lambda \sin\delta + \cos\lambda \cos\delta \cos\tau \tag{8}$$

iar unghiul azimutal fie de

$$\operatorname{ctg}\beta_s = \operatorname{cosec}\tau\,[\sin\lambda \cos\tau - \cos\lambda \operatorname{tg}\delta] \tag{9}$$

fie de relația

$$\sin\beta_s = \sin\tau \frac{\cos\delta}{\sin\theta_s} \tag{10}$$

sau se pot determina prin interpolare în tabelul 1 conținut în lucrarea „Factorul geometric privind radiația solară în țara noastră" de Elena

Tănăsescu, Al. Dănescu și St. Petrescu în Bul. I.P.B., tomul nr. 3, iulie-sept., 1979.

Este avantajos, de asemenea, să se indice poziția Soarelui la fiecare oră, combinîndu-se perechea de unghiuri (θ_s, β_s) în grafice simetrice față de axa N—S în care să se reliefeze trecerile Soarelui la solstiții (de vară și iarnă) și echinocții (de primăvară și toamnă).

Relația de bază pentru rotirea oglinzilor din sistem trebuie să țină seama de faptul că orientarea fiecărei oglinzi este o funcție de timp (din cauza poziției S a Soarelui care variază în timp) și o funcție de timp și spațiu (din cauza poziției specifice a oglinzilor față de receptor.

Un parametru important al comportării oglinzilor este cosinusul unghiului de incidență sau factorul de incidență care va fi dat de produsul scalar $(\vec{n} \cdot \vec{S})$, $\vec{n}$ fiind versorul normalei la oglindă, iar $\vec{S}$ versorul ce indică poziția Soarelui. Acest parametru va avea valoarea egală cu valoarea medie a tuturor distribuțiilor unghiulare conținute între cele 2 limite inferioară și respectiv superioară, evaluate pentru fiecare oglindă în parte.

Astfel pentru a obține reprezentarea în spațiu a orientărilor oglinzilor, considerăm un moment fix de timp din zi, care caracterizează vectorul S al Soarelui, funcție de unghiul zenital θ și a unghiului azimutal β și vom evalua distribuțiile unghiulare din dubla inegalitate:

$$\cos 2\alpha_{max} \leqslant \cos 2\alpha \leqslant \cos 2\alpha_{min} \tag{11}$$

pentru fiecare oglindă unde:

$$\cos 2\alpha_{min} = \frac{(\rho - a^*) \sin \theta_s \cos \beta_s + d \sin \theta_s \sin \beta_s}{\sqrt{(\rho - a^*)^2 + d^2}} \tag{12}$$

$$\cos 2\alpha_{max} = \frac{(a + \rho) \sin \theta_s \cos \beta_s + (d + h) \sin \theta_s \sin \beta_s + c \cos \theta_s}{\sqrt{(a + \rho)^2 + (d + h)^2 + c^2}} \tag{13}$$

Calculele pe care le vom efectua pentru două oglinzi centrale M_1 și M_{-1} și două oglinzi extreme M_{-5} și M_5 le vom tabela pentru 2 ore din zi și anume 9 și 12 la solstiții și respectiv la echinocții.

Formulele pentru distribuțiile unghiulare ale oglinzilor notate cu indici pozitivi sînt următoarele:

$$\cos 2\alpha_{min} = \frac{(a^* - \rho) \sin \theta_s \cos \beta_s + d \sin \theta_s \sin \beta_s}{\sqrt{(a^* - \rho)^2 + d^2}} \tag{14}$$

și

$$\cos 2\alpha_{max} = \frac{(-a - \rho) \sin \theta_s \cos \beta_s + (d + h) \sin \theta_s \sin \beta_s + c \cos \theta_s}{\sqrt{(a + \rho)^2 + (d + h)^2 + c^2}} \tag{15}$$

determinate din $M_jA^2 = (a^* - \rho)^2 + d^2$ și $M_jD'^2 = (-a - \rho)^2 + (d + h)^2 + c^2$ cu $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

TABELUL 1. Cîteva valori ale distribuției unghiulare ale înclinării oglinzilor și ale dimensiunilor optime ale captatorului

OGLINDA	ORA	d	21 MARTIE						22 IUNIE						23 SEPTEMBRIE						22 DECEMBRIE					
M_{-1}	9	30m	60°	27°	31°28'	33°40'	0,542	0,221	80°	45°	22°	24°35'	0,532	0,234	57°	30°	30°40'	32°50'	0,602	0,285	42°	10°	39°45'	42°45'	0,549	0,280
		20m			30°5'	30°24'					20°10'	22°40'														
M_{+1}		30m			32°10'	33°32'																				
M_{-5}		30m			32°7'	33°30'											32°30'	33°45'	0,591	0,234						
M_{+5}		30m			33°20'	34°45'	0,571	0,244			25°3'	26°15'	0,585	0,251									43°	44°15'	0,562	0,269
M_{-1}	12	30m	10°	50°	40°20'	41°10'	0,556	0,301	10°	71°	39°	40°15'	0,548	0,283	5°	80°	41°	42°30'	0,577	0,241	3°	80°	43°15'	44°37'	0,570	0,275
		20m			38°52'	40°3'																	43°28'	44°20'		
M_{+5}		30m			42°45'	44°40'	0,601	0,285			43°10	44°45'	0,581	0,3			42°15'	43°5'	0,583	0,255			42°55'	43°10'	0,598	
		β_s	β_s		$\alpha_{min.}$	$\alpha_{max.}$	a^*	c	β_s	θ_s	$\alpha_{min.}$	$\alpha_{max.}$	a^*	c	β_s	θ_s	$\alpha_{min.}$	$\alpha_{max.}$	a^*	c	β_s	θ_s	$\alpha_{min.}$	$\alpha_{max.}$	a^*	c

Etapa a doua

Cunoscînd distribuțiile unghiulare determinate în etapa întîi și explicitînd formulele (12)—(15) obținem expresiile prin care se pot evalua dimensiunile receptorului.

Ridicînd la pătrat relația (12) și notînd cu $t = \rho - a^*$ se obține un trinom în variabila t și anume:

$$[\sin^2 \theta_s \cos^2 \beta_s - \cos^2 2\alpha_{min}] t^2 + 2td \sin^2 \theta_s \cos \beta_s \sin \beta_s + \\ + d^2(\sin^2 \theta_s \sin^2 \beta_s - \cos^2 2\alpha_{min}) = 0 \tag{16}$$

din a cărei rezolvare obținem una din rădăcini convenabilă problemei puse și anume:

$$a^* = \rho + d \frac{\sin^2 \theta_s \cos \beta_s \sin \beta_s - \cos 2\alpha_{min} \sqrt{\sin^2 \theta_s - \cos^2 2\alpha_{min}}}{\sin^2 \theta_s \cos^2 \theta_s - \cos^2 2\alpha_{min}} \tag{17}$$

Analog, ridicînd la pătrat relația (13) și notînd cu

$$u^2 = (a + \rho)^2 + (d + h)^2 \quad \text{și} \\ v = (a + \rho) \sin \theta_s \cos \beta_s + (d + h) \sin \theta_s \sin \beta_s, \tag{18}$$

obținem trinomul de gradul 2 în c (o dimensiune a peretelui absorbant)

$$(\cos^2 \theta_s - \cos^2 2\alpha_{max}) c^2 + 2cv \cos \theta_s + (v^2 - u^2 \cos^2 2\alpha_{max}) = 0 \tag{19}$$

cu rădăcina acceptabilă

$$c = \frac{1}{\cos^2 \theta_s - \cos^2 2\alpha_{max}} [- v \cos \theta_s - \\ - \cos 2\alpha_{max} \cdot \sqrt{v^2 + u^2(\cos^2 \theta_s - \cos^2 2\alpha_{max})}] \tag{20}$$

Rezultatele obținute din calculele acestei etape sînt înregistrate în tabelul 1 în coloanele cu a^* și c reprezentînd: a^* aproximativ de 4,5 ori muchia orizontală a petei focale și respectiv c muchia verticală a sa.

Etapa a treia

În sistemul de coordonate ales, normala la oglindă are expresia analitică $\vec{n}_{og} = \lambda \vec{i} + \mu \vec{k}$ (fig. 4) care definește posibilitățile de rotire ale oglinzii în 2 plane.

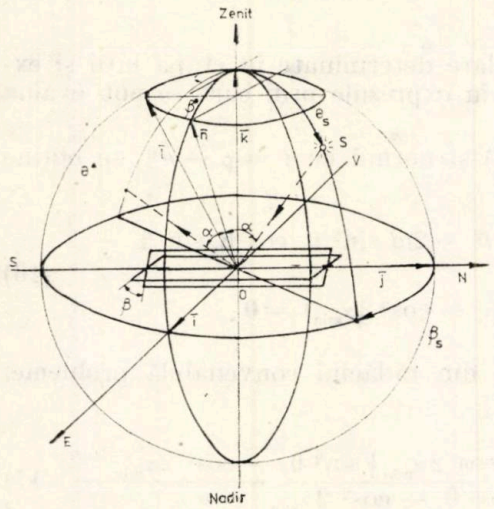


Fig. 4

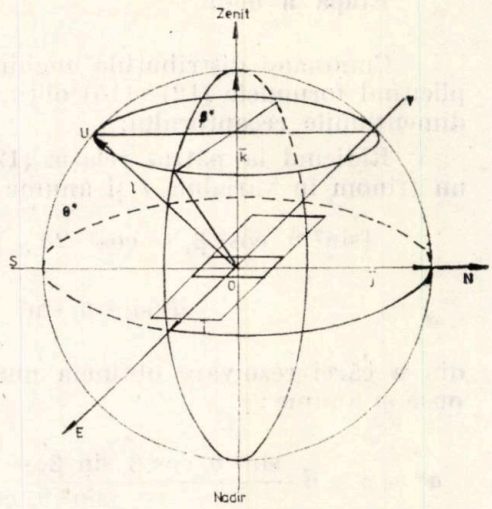


Fig. 5

Din condițiile de existență ale formulelor din etapa precedentă rezultă restricția care trebuie satisfăcută de toate înclinările oglinzilor din sistem și anume $\theta_s > 90° - 2\alpha_{min}$.

Conform notațiilor din fig. 5, vectorul l ce definește mișcare compusă a ramei în jurul axei E—V și respectiv a oglinzii în jurul axei N—S este dat de expresia analitică

$$\vec{l} = R(\sin\theta^* \cos\beta^*)(-\vec{i}) + R(\sin\theta^* \sin\beta^*)(-\vec{k}) + R\cos\theta^*(-\vec{j}) \quad (21)$$

Se impun 3 situații de studiat din care să putem trage concluzia orientării direcționale în spațiu și respectiv în timp a ramei și a oglinzilor necesară la orice moment din zi.

a) $\theta^* = \text{const.}$ înseamnă ramă fixă, β^* variabil înseamnă rotirea oglinzii în jurul axei N—S și din reprezentarea parametrică

$$\begin{cases} x = R \sin\theta^* \cos\beta^* \\ y = R \cos\theta^* \\ z = R \sin\theta^* \sin\beta^* \end{cases}$$

unde $R = \| \vec{l} \|$ (fig. 5), rezultă $x^2 + z^2 = y^2 \operatorname{tg}^2\theta^*$ o familie de conuri (sau mai precis o pînză a sa).

b) $\beta^* = \text{const.}$ înseamnă rama variabilă și prin eliminare obținem $z = x\operatorname{tg}\beta^*$ niște plane izocline.

c) θ^* variabil. β^* variabil, o familie de sfere.

Curbele cu β^* variabil sînt cercuri paralele cu planul (E—V, Z—N), obținute prin intersecția sferelor $R = \text{const.}$ cu o pînză a conului $\theta = \text{const.}$, cercuri meridiane, pentru θ^* variabil, obținute prin intersecția sferelor $R = \text{const.}$ cu planele izocline $\beta^* = \text{const.}$ și drepte izocline

care trec prin origine pentru $\|\overline{l}\|$ variabil, obținute intersectînd conurile $\theta^* = \text{const.}$ cu planele $\beta^* = \text{const.}$

Se poate face și altfel eliminarea și se poate arăta că liniile izocline $\beta^* = \text{const.}$ ce trec prin origine conțin porțiuni de hiperbole ce se intersectează într-un punct singular cu natură de nod.

În cîmpul de heliostate, această oglindă nodală este orizontală cînd $\theta^* = \theta$ și aceasta corespunde situației cînd Soarele este la zenit și deci $\theta_s = 0°$, de unde rezultă că traiectoria nodului este de fapt identică cu cea a Soarelui, pentru alte valori ale lui θ_s locul geometric fiind distorsionat.

Recherches théoriques sur l'optimisation de la géométrie du récepteur de radiation concentrée et du mouvement des miroirs d'un heliostat

En cet ouvrage on a étudié les restrictions de rotation pour les orientations des miroirs dans un système d'héliostats qui doivent respecter la loi de la réflexion des rayons de lumière.

L'analyse de la rotation directionnelle des miroirs développant les caractéristiques spatio-temporelles des héliostats est réalisée en 3 étapes évaluant approximativement les dimensions de la paroi absorbante (tache focale) d'un récepteur tronc de pyramide.

C.Z. : 534.2

PROPAGAREA UNDELOR MECANICE PRINTR-UN PERETE ELASTIC NEOMOGEN

G.C. MOISIL*

Se stabilesc ecuațiile de propagare a undelor mecanice printr-un perete izotrop, neomogen și elastic. Prin integrarea sistemului se pot obține coeficienții de transmisie și de reflexie.

Propagarea undelor mecanice printr-un perete elastic omogen a fost tratată de diverși autori, atît teoretic [1, 2], cît și experimental (vezi de ex. [3]). O prezentare teoretică foarte cuprinzătoare este dată în cartea lui Brehovskih [4].

În lucrarea de față ne propunem studiul propagării unei unde mecanice armonice plane printr-un perete solid, elastic și izotrop, de grosime d cu fețe plan-paralele de întindere infinită, ale cărui constante de material variază continuu pe direcția z normală pe fețele peretelui (vezi fig. 1).

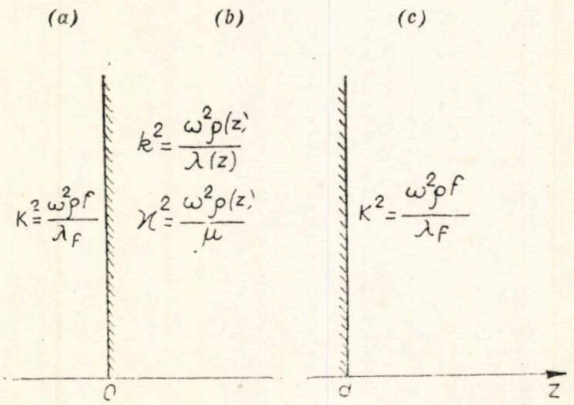


Fig. 1

De ambele părți ale acestuia — adică în domeniile (a) și (c) — se află un mediu fluid ideal și omogen de întindere semi-infinită, vectorul de

* Prof. dr., Catedra Fizică.

undă avînd în aceste domenii mărimea constantă

$$K^2 = \frac{\omega^2 \rho_f}{\lambda_f} \tag{1}$$

unde ρ_f și λ_f sînt densitatea, respectiv coeficientul Lamé, iar ω frecvența circulară a undei. În peretele solid, domeniul (b), se presupune că densitatea $\rho(z)$ și coeficientul $\lambda(z)$ sînt funcții continue de z, în timp ce coeficientul μ este presupus constant. Mărimea vectorului de undă pentru unda longitudinală este

$$k^2 = \frac{\omega^2 \rho(z)}{\lambda(z)} \tag{2}$$

iar pentru unda transversală :

$$\varkappa^2 = \frac{\omega^2 \rho(z)}{\mu} \tag{3}$$

Deoarece în cele ce urmează, ne vom limita exclusiv la unde armonice plane, se vor scrie numai relațiile dintre amplitudini, factorul $e^{-i\omega t}$ fiind sistematic suprimat. Fiind vorba de o problemă plan-paralelă, vom orienta triedrul de axe astfel încît axa z să fie normală pe plane, iar componenta vitezei $v_y \equiv 0$. Prin această alegere, relația generală a vitezei în funcție de potențialul scalar și vectorial

$$\vec{v} = \text{grad } \varphi + \text{rot } \vec{\psi}$$

se reduce, pe componente, la următoarele expresii :

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_y = 0, \quad v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{4}$$

unde $\psi \equiv \psi_y$ este singura componentă nenulă a lui $\vec{\psi}$.

În mediul fluid, viteza derivă numai din potențialul scalar, $\vec{v} = \text{grad } \varphi$, iar acesta satisface ecuația atemporală

$$\Delta \varphi + K^2 \varphi = 0 \tag{5}$$

În domeniul (a), soluția acestei ecuații este

$$\varphi = \exp\left[i(K_x x + K_z z)\right] + R \exp\left[-i(K_x x + K_z z)\right] \tag{6}$$

astfel că viteza va avea componentele

$$v_x^a = iK_x \{\exp\left[i(K_x x + K_z z)\right] - \exp\left[-i(K_x x + K_z z)\right]\} \tag{7}$$

$$v_z^a = i K_x \{\exp\left[i(K_x x + K_z z)\right] - \exp[-i(K_x x + K_z z)]\} \tag{8}$$

Analog, în mediul (c) componentele vitezei sînt :

$$v_x^c = i\,K_x\,T \exp\,[i(K_x x + K_z z)] \tag{9}$$

$$v_z^c = i\,K_z\,T \exp\,[i(K_x x + K_z z)] \tag{10}$$

În aceste relații, coeficientul de reflexie R, pe interfața a, b și coeficientul de transmisie T prin interfața b, c, urmează a fi determinați ulterior.

În mediul elastic solid, izotrop, dar neomogen sînt valabile ecuațiile lui Lamé, care în acest caz se vor scrie :

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu\,\Delta u_x - \rho\,\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = 0$$

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu\,\Delta u_y - \rho\,\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = 0$$

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu\,\Delta u_z + 0\,\frac{\partial \lambda}{\partial z} - \rho\,\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = 0$$

unde $\theta = \operatorname{div} \vec{u}$. Din aceste ecuații se pot deduce ecuațiile de propagare printr-o metodă asemănătoare celei folosite în cazul mediilor omogene (vezi de exemplu [6]). Se obțin următoarele ecuații pentru componentele după x și după z ale undei de viteză longitudinale, respectiv transversale :

$$\Delta v_x^l + k^2\,v_x^l = 0 \tag{11}$$

$$\Delta v_z^l + k^2\,v_z^l + \left(\frac{\partial}{\partial z}\ln(\lambda + 2\mu)\right)\left(\frac{\partial v_x^l}{\partial x} + \frac{\partial v_z^l}{\partial z}\right) = 0 \tag{12}$$

$$\Delta v_x^t + \varkappa^2 v_x^t = 0 \tag{13}$$

$$\Delta v_z^t + \varkappa^2\,v_z^t = 0 \tag{14}$$

Vom aplica metoda perturbațiilor pentru integrarea acestor ecuații, admițînd că variațiile cu z ale mărimilor λ, $\varkappa^2$, sînt slabe, ceea ce ne permite să ne limităm la aproximația de ordinul I. Componentele vitezei le vom pune sub forma

$$v = v_0 + \varepsilon v_{\mathrm{I}} \tag{15}$$

Dacă parametrul ε ia valoarea $\varepsilon = 0$, se obține aproximația de ordinul 0, iar dacă ia valoarea $\varepsilon = 1$, aproximația de ordinul I. Vom pune totodată :

$$k^2 = k_0^2 + \varepsilon\,k_{\mathrm{I}}^2\,z\,; \qquad \varkappa^2 = \varkappa_0^2 + \varepsilon\,\varkappa_{\mathrm{I}}^2 z \tag{16}$$

De asemenea, vom defini următorii operatori care acționează asupra variabilelor v :

$$\hat{S}_k = k_I^2 z \tag{17}$$

$$\hat{S}_\varkappa = \varkappa_I^2 z \tag{18}$$

$$\varepsilon \hat{f}_x = \left(\frac{\partial}{\partial z} \ln (\lambda + 2\mu) \right) \frac{\partial}{\partial x} \tag{19}$$

$$\varepsilon \hat{f}_z = \left(\frac{\partial}{\partial z} \ln (\lambda + 2\mu) \right) \frac{\partial}{\partial z} \tag{20}$$

Să introducem acum relațiile (15)—(20) în ecuațiile (11)—(14) Observăm că fiecare dintre aceste patru ecuații cu derivate parțiale cuprind termeni în ε la puterea zero, respectiv unu, respectiv doi. Cum ε poate varia arbitrar în intervalul [0, 1], ecuațiile sînt identic satisfăcute numai dacă fiecare sumă de termeni care multiplică o anumită putere a lui ε se anulează separat. Se obțin următoarele opt ecuații cu derivate parțiale :

$$\Delta v_{x0}^t + k_0^2 v_{x0}^t = 0 \tag{21}$$

$$\Delta v_{xI}^t + k_0^2 v_{xI}^t = - \hat{S}_k v_{x0}^t \tag{22}$$

$$\Delta v_{z0}^t + k_0^2 v_{z0}^t = 0 \tag{23}$$

$$\Delta v_{zI}^t + k_0^2 v_{zI}^t = - \hat{f}_x v_{x0}^t - (\hat{f}_z + \hat{S}_k) v_{z0}^t \tag{24}$$

$$\Delta v_{x0}^t + \varkappa_0^2 v_{x0}^t = 0 \tag{25}$$

$$\Delta v_{xI}^t + \varkappa_0^2 v_{xI}^t = - \hat{S}_\chi v_{x0}^t \tag{26}$$

$$\Delta v_{z0}^t + \varkappa_0^2 v_{z0}^t = 0 \tag{27}$$

$$\Delta v_{zI}^t + \varkappa_0^2 v_{zI}^t = - \hat{S}_\chi v_{z0}^t \tag{28}$$

Ecuațiile (21), (23), (25), (27) dau componentele vitezelor în problema neperturbată. În această problemă și potențialul scalar și cel vectorial satisfac același tip de ecuații :

$$\Delta \varphi_0 + k_0^2 \varphi_0 = 0, \qquad \Delta \psi_0 + \varkappa_2^0 \psi_0 = 0$$

cu soluțiile

$$\varphi_0 = A \exp [i(k_{x0} x + k_{z0} z)] + B \exp [- i(k_{x0} x + k_{z0} z)]$$

$$\psi_0 = C \exp [i(\varkappa_{x0} x + \varkappa_{z0} z)] + D \exp [- i(\varkappa_{x0} x + \varkappa_{z0} z)]$$

Ţinînd seama de (4) rezultă că în mediul solid elastic (b) în problema neperturbată componentele vitezei sînt expresii liniare de A, B, C şi D.

$$v_{x0}^b = v_{x0}^l + v_{x0}^t = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} = L_{x0}(A,\ B,\ C,\ D) \tag{29}$$

$$v_{z0}^b = v_{z0}^l + v_{z0}^t = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} = L_{z0}\ (A,\ B,\ C,\ D) \tag{30}$$

Ecuaţiile (22), (24), (26) şi (28) ţin seama de corecţia datorită perturbaţiei şi au forma

$$\hat{\mathscr{L}}\, v_{l\,\mathrm{II}} = -\,\hat{\Omega}_m\, v_{n0} \qquad (l,\ n = x,\ z) \tag{31}$$

unde operatorul $\hat{\mathscr{L}}$ este de forma $\hat{\mathscr{L}} = \Delta + \chi_0^2$ iar $\hat{\Omega}_m$ este unul din operatorii definiţi de (17)—(20) şi care se aplică unor soluţii obţinute în aproximaţia de ordinul zero. În vederea integrării ecuaţiilor de tipul (31) observăm că putem scrie:

$$\hat{\Omega}_m(x,\ z)\, v_{n0}(x,\ z) = \int \hat{\Omega}_m\,(\xi,\ \zeta)\, v_{n0}\,(\xi,\ \zeta)\, \delta\,(\xi - x)\, \delta\,(\zeta - z)\, \mathrm{d}\xi\, \mathrm{d}\zeta$$

sau, dezvoltînd funcţia δ în integrală Fourier

$$\hat{\Omega}_m\,(x,\ z)\, v_{n0}\,(x,\ z) = \tag{32}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int (\hat{\Omega}_m\,(\xi,\ \zeta)\ v_{n0}\,(\xi,\ \zeta))\ \exp\, i\ [(\xi - x)\, p + (\zeta - z)\, q]\ \mathrm{d}\xi\ \mathrm{d}\zeta\ \mathrm{d}p\ \mathrm{d}q$$

În aceste condiţii $\hat{\mathscr{L}}^{-1} = -\,(p^2 + q^2 - \chi_0^2)^{-1}$, de unde rezultă:

$$v_{\mathrm{II}} = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{\hat{\Omega}_m\, v_{n0}}{p^2 + q^2 - \chi_0^2} \exp\, i\ [(\xi - x)\, p + (\zeta - z) q]\ \mathrm{d}\xi\ \mathrm{d}\zeta\ \mathrm{d}p\ \mathrm{d}q \tag{33}$$

Intgralele de tipul (33) pot fi, cel puţin în principiu, calculate numeric. Rezultă că şi corecţiile de ordinul I, sînt de asemeni expresii liniare de A, B, C, D coeficienţii fiind funcţii de x şi z. În consecinţă, ţinînd seama şi de (29), (30)

$$v_x^b = \alpha_x\,(x,\ z)\, A + \beta_x\,(x,\ z)\, B + \gamma_x\,(x,\ z)\, C + \delta_x\,(x,\ z)\, \mathrm{D} \tag{34}$$

$$v_z^b = \alpha_z\,(x,\ z)\, A + \beta_z\,(x,\ z)\ B + \gamma_z\,(x,\ z)\, C + \delta_z\,(x,\ z)\ \mathrm{D} \tag{35}$$

Soluțiile (7), (8), (34), (35) și (9, 10) care dau componentele vitezei în mediile (*a*), (*b*) și (*c*) depind de constantele A, B, C, D, R și T nedeterminate. Acești șase coeficienți se pot determina scriind șase condiții de frontieră. Astfel pe suprafața de separație dintre mediul (*a*) și mediul (*b*) aceste condiții sînt :

(i) Continuitatea componentei T_z a tensorului tensiunilor

$$\lambda_f \left(\frac{\partial v_x^a}{\partial x} + \frac{\partial v_z^a}{\partial z} \right) \Bigg|_{z=0} = \left\{ \lambda\,(0) \left(\frac{\partial v_x^b}{\partial x} + \frac{\partial v_z^b}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v_z^b}{\partial z} \right\}_{z=0}$$

(ii) Anularea componentei T_x

$$\left(\frac{\partial v_x^a}{\partial z} + \frac{\partial v_z^a}{\partial x} \right) \Bigg|_{z=0} = 0$$

(iii) Continuitatea componentei

$$v_z^a \Big|_{z=0} = v_z^b \Big|_{z=0}$$

Pe suprafața de separație dintre mediul (*b*) și mediul (*c*) se scriu alte trei condiții analoage. În acest fel, se obține un sistem de șase ecuații algebrice liniare prin a cărui rezolvare se determină constantele A, B, C și D și coeficientul de reflexie R, respectiv cel de transmisie T.

BIBLIOGRAFIE

1. *J. Götz*, Akust. Zschr. *8* 145 (1943).
2. *W. T. Thompson*, J. Appl. Phys. *21*, p. 1215 (1950).
3. *R. D. Fay, Fortier*, J. Ac. Soc. Am. *23* 339 (1951).
4. *L. M. Brehovskih*, Volnî v sloistîh sredah. Iz-vo A.N.S.S.S.R., Moskva (1957)
5. *G. Moisil*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotech. et Energ. *20*, 2, p. 273 (1975).
6. *L. Landau, E. Lifchitz*, Théorie de l'élasticité, Ed. Mir, Moscova, (1967).

The Propagation of the Mechanical Waves through an Elastic Nonhomogenous Wall

The stationary perturbation method is used for establishing the propagation equations of the mechanical wave through an isotropic, nonhomogenous elastic wall. Integrating the system of equation, the reflexion and transmission coefficient may be obtained.

C.Z.: 621.11 : 620.9
535.3 : 531.1

RECEPTOARE DE RADIAȚIE CONCENTRATĂ ÎN SISTEMELE DE CAPTARE A ENERGIEI SOLARE CU HELIOSTATE, CU FACTOR DE CONCENTRARE 20—90—180*

ST. PETRESCU, AL. DĂNESCU, STANCA TRIFAN, AL. CHISACOF, O. MĂLĂNCIOIU, N. BĂRAN**

În lucrare se prezintă cercetările referitoare la un sistem de captare a energiei solare cu heliostate de 20—40 m², în soluție modulară de 4 m², cu factor de concentrare de 20 sau 90—180, în cazul cînd receptorul este prevăzut cu un concentrator trunchi de piramidă cu factor de concentrare 9. Se prezintă performanțele acestor tipuri de receptoare și randamentele de conversie a energiei solare.

1. Prezentarea instalației

Lucrarea prezintă cercetările referitoare la concepția și proiectarea unui sistem de captare a energiei solare cu heliostate de 20—40 m², în soluție modulară de 4 m². Un modul de 4 m² este construit din două oglinzi de sticlă argintată de 2 m² (1 ×2 m) fiecare, montate pe un cadru metalic dreptunghiular ce se poate roti în jurul axei Est-Vest. De asemenea fiecare oglindă de 2 m² se poate roti în jurul unei axe verticale (perpendiculară pe direcția Est-Vest).

În vederea obținerii unor factori de concentrare de valoare ridicată se va realiza un sistem de 5 sau 10 astfel de module, ceea ce corespunde la o suprafață de captare de 20—40 m² și factori de concentrare de 10—180.

Conversia energiei solare în energie termică se realizează cu ajutorul unor receptoare amplasate în focarul sistemului de heliostate. (R1 sau R2 — fig. 1). Receptoarele propuse sînt de tipul cazanelor de abur sau apă fierbinte cu circulație forțată.

Receptoarele sînt plasate într-o cabină din geamuri de sticlă și rame metalice în scopul diminuării pierderilor de căldură, al obținerii efectului de seră, al protecției receptoarelor, rezervorului de colectare-separare a fluidului purtător de căldură și a aparaturii de măsură și control, împotriva intemperiilor atmosferice, a prafului, umidității ș.a.

Întrucît factorul de concentrare reprezintă raportul dintre suprafața totală a heliostatelor și suprafața luminată de radiația concentrată (suprafața de recepție), rezultă că el crește atunci cînd direcția suprafeței de recepție este normală pe direcția radiației concentrate.

În acest scop receptorul trebuie plasat la înălțime, de altfel la numeroase centrale sau cuptoare solare se plasează receptoarele la înălțimi de cca. 45 m.

Soluția adoptată în fig. 2 ajunge pînă la înălțimea de 6,5 m, înălțime determinată atît de condiția eliminării umbririi heliostatelor de către

---

* Comunicare prezentată la sesiunea jubiliară „100 de ani de la reorganizarea în anul 1881 a ȘCOLII NAȚIONALE DE PODURI ȘI ȘOSELE din București".

** Conf. dr. ing.; Prof. dr. ing.; Șef lucrări ing.; As. ing.; Șef lucrări dr. ing. Șef lucrări dr. ing., catedra de Termotehnică și mașini termice.

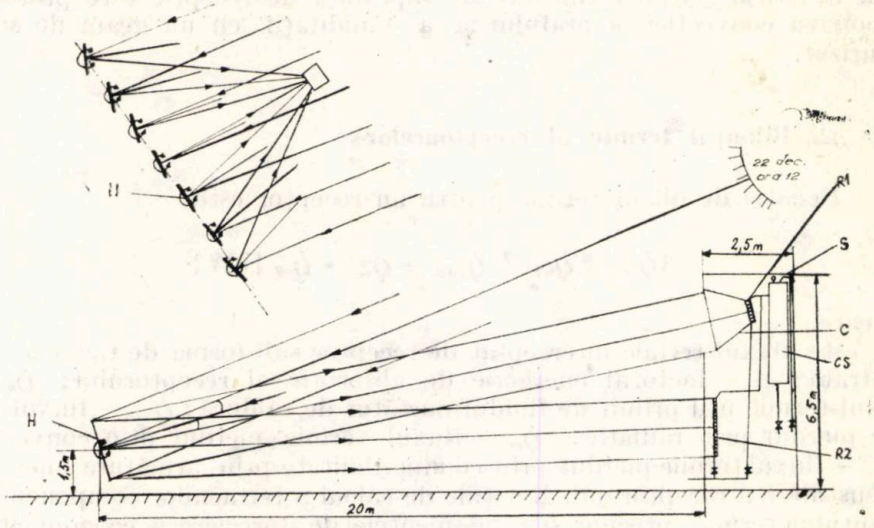


Fig. 1. Sistem heliostat-receptor de radiație concentrată.
H — heliostat; S — cabină-seră; R1 și R2 — receptoare de radiație concentrată; C — concentrator suplimentar; Cs — colector, separator de abur.

receptorul de radiație, cît și pentru obținerea unei construcții mai simple, ușor de realizat, în faza de cercetări experimentale.

Poziția soarelui reprezentată în fig. 1 este cea mai defavorabilă și anume la 22 decembrie, cînd unghiul care exprimă înălțimea soarelui, are valoarea cea mai mică și la care încă nu intervine umbrirea, de aceea pentru distanța dintre heliostate și receptoare s-a ales 20; 30 m.

Receptorul R1 este prevăzut cu un concentrator suplimentar în formă de trunchi de piramidă realizat din tablă de aluminiu polisată și care concentrează de 9 ori radiația primită de la heliostate. În acest fel pe receptorul R1 se pot obține factori de concentrare de 90 și 180, pentru suprafețe de captare de 20 și respectiv 40 m^2.

Suprafața de recepție a receptorului R1 se află pe baza mică a trunchiului de piramidă, avînd dimensiunile 300 $\times$700 mm și este realizată dintr-o serpentină compusă din țevi din oțel cu aripioare de aluminiu și coturi netede, așezate pe două rînduri în zig-zag. Acest tip de suprafață de recepție a fost conceput în ideea obținerii unei structuri antiradiante pentru care factorii energetici de absorbție și emisie să aibă respectiv valorile $A = 0{,}9$; $\varepsilon = 0{,}1$.

Al doilea receptor R2 are o suprafață de recepție de 1,6 m^2, realizată sub forma unei serpentine din țeavă de oțel cu diametrul 20 $\times$2 mm și lungimea de 75 m. Pe acest receptor se obțin factori de concentrare $C = 10$ sau $C = 20$ pentru suprafața oglinzilor heliostat de 20 m^2 și respectiv 40 m^2. Așezarea compactă a țevilor serpentinei formează o suprafață de absorbție cu adîncituri unghiulare, care se comportă ca o suprafață ușor selectivă, astfel că în cazul cînd este vopsită cu negru, valorile factorilor energetici de absorbție și respectiv emisie sînt: $A = 0{,}95$; $\varepsilon = 0{,}9$. Ambele receptoare sînt izolate termic și hidrofug cu saltele din

vată de sticlă și tablă zincată, iar suprafața de recepție este protejată împotriva convecției, a prafului și a umidității cu un geam de sticlă securizat.

2. Bilanțul termic al receptoarelor

Ecuația de bilanț termic pentru un receptor este:

$$A\dot{Q}_{iR} = \dot{Q}_{uR} + \dot{Q}_{rad} + \dot{Q}_{cv} + \dot{Q}_{cd} \text{ [kW]} \tag{1}$$

în care:
$\dot{Q}_{iR}$ este fluxul termic interceptat de receptor sub formă de radiație concentrată; A — factorul energetic de absorbție al receptorului; $\dot{Q}_{uR}$ — fluxul termic util primit de fluidul purtător de căldură; $\dot{Q}_{rad}$ — fluxul termic pierdut prin radiație; $\dot{Q}_{cv}$ — fluxul termic pierdut prin convecție; Q_{cd} — fluxul termic pierdut prin conductibilitate prin armătura metalică de susținere a receptorului. Relațiile de calcul a termenilor componenți ai bilanțului termic, precum și randamentele de apreciere a economicității receptoarelor sînt:

$$\dot{Q}_{iR} = E_R S_R = \eta_{conc} ES = \eta_{conc} ECS_R \text{ [kW]} \tag{2}$$

în care: E_R — densitatea de putere radiantă care cade pe receptor; S_R — — aria suprafeței receptorului luminată de radiația concentrată, numită și suprafață de recepție sau de absorbție; S — aria oglinzilor heliostat; E — densitatea de putere radiantă directă, care cade pe oglinzile heliostat; $\eta_{conc} = \dfrac{E_R S_R}{ES} = \text{Rd}$ — este randamentul concentratorului; Rd — factorul energetic de reflexie direcțională al oglinzilor; $C = \dfrac{S}{S_R}$ — factorul de concentrare.

$$\dot{Q}_{rad} \cong \varepsilon C_0 \left(\frac{T_R}{100}\right)^4 S_R \text{ [kW]} \tag{3}$$

în care: $C_0 = 5{,}77$ W/m² K⁴ este coeficientul de radiație al corpului negru; T_R — temperatura suprafeței de recepție

$$\dot{Q}_{cv} = \alpha_{cv} S_g (T_g - T_a) + \alpha'_{cv} S'_R (T_p - T'_a) \text{ [kW]} \tag{4}$$

în care: S_g — aria suprafeței geamului de protecție; T_g — temperatura geamului; α_{cv} — coeficientul de schimb de căldură prin convecție între geam și mediul înconjurător; T_a — temperatura mediului înconjurător; α'_{cv} — coeficientul de schimb de căldură prin convecție de la suprafața receptorului nesupusă radiației de arie S'_R și temperatura T_p; T'_a — temperatura aerului în cabina-seră.

Coeficienții de convecție α_{cv} și α'_{cv}, se calculează cu relația lui McAdams, în funcție de viteza w a vîntului :

$$\alpha_{cv} = 5{,}7 + 3{,}8\, w \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\ K}}\right] \tag{5}$$

$$\dot{Q}_{cd} = \frac{T_{mR} - T_e}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot S_B = \frac{T_{mR} - T_e}{\frac{S_R}{S_B}\left(\frac{\delta_{OL}}{\lambda_{OL}} + \frac{\delta_{az}}{\lambda_{az}}\right)} \cdot S_R \ \ [\mathrm{kW}] \tag{6}$$

în care : $\lambda_{OL} = 47{,}6 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}$ este conductivitatea termică a ramei din oțel cornier ; $\lambda_{az} = 0{,}087 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}$ conductivitatea termică a stratului izolant din azbest, plasat între ramă și cadrul de susținere $\delta_{OL} = 3$ mm, grosimea ramei ; $\delta_{az} = 4$ mm, grosimea stratului de azbest ; S_B = aria ramei de prindere ; T_{mR} — temperatura medie a receptorului în zona de prindere ; T_e — temperatura cadrului de susținere.

Fluxul termic util rezultă din ecuația de bilanț termic :

$$\dot{Q}_{uR} = A\, \dot{Q}_{iR} - \dot{Q}_{rad} - \dot{Q}_{cv} - \dot{Q}_{cd} \ \ [\mathrm{kW}] \tag{7}$$

Randamentul receptorului este definit prin :

$$\eta_{rec} = \frac{\dot{Q}_{uR}}{\dot{Q}_{iR}} = \frac{A\dot{Q}_{iR} - \dot{Q}_{rad} - \dot{Q}_{cv} - \dot{Q}_{cd}}{\dot{Q}_{iR}} \tag{8}$$

sau ținînd cont de relațiile exprimate mai sus η_{rec} devine :

$$\eta_{rec} = A\left[1 - \frac{\varepsilon}{A} \cdot \frac{C_0}{\eta_{conc} EC}\left(\frac{T_R}{100}\right)^4 - \frac{\alpha_{cv}(T_g - T_a)\frac{S_g}{S_R} + \alpha'_{cv}(T_p - T'_a)\frac{S_{R'}}{S_R}}{A\eta_{conc}EC} - \right. \tag{9}$$

$$\left. - \frac{(T_{mR} - T_e)\dfrac{1}{\left(\frac{\delta_{OL}}{\lambda_{OL}} + \frac{\delta_{az}}{\lambda_{az}}\right)}\dfrac{S_B}{S_R}}{A\eta_{conc}EC}\right]$$

Relația (9) se mai poate scrie :

$$\eta_{rec} = A\eta_{rad}\,\eta_{cv.cd} \tag{10}$$

în care :

$$\eta_{rad} = 1 - \frac{\varepsilon}{A} \frac{C_0}{\eta_{conc} EC} \left(\frac{T_R}{100} \right)^4 \tag{11}$$

$$\eta_{cv \cdot cd} = 1 - \frac{\alpha_{cv} (T_g - T_a) \frac{S_g}{S_R} + \alpha'_{cv} (T_p - T_a) \frac{S_{R'}}{S_R}}{A \, \eta_{rad} \, \eta_{conc} \, EC} - \tag{12}$$

$$- \frac{\frac{T_{mR} - T_e}{\frac{\delta_{OL}}{\lambda_{OL}} + \frac{\delta_{az}}{\lambda_{az}}} \cdot \frac{S_B}{S_R}}{A \, \eta_{rad} \, \eta_{conc} \, E \, C}$$

η_{rad} — este randamentul care ține seama de pierderile de căldură prin radiație ; $\eta_{cv \cdot cd}$ — randamentul care ține seama de pierderile de căldură prin convecție și conducție.

Randamentul captatorului se definește prin :

$$\eta_{cap} = \frac{\dot{Q}_{uR}}{ES} = \frac{E_R \cdot S_R}{ES} \frac{\dot{Q}_{uR}}{E_R S_R} = \eta_{conc} \, \eta_{rec} \tag{13}$$

3. Calculul randamentelor receptoarelor RȘ și R2

Rezultatele calculului randamentului η_{rad} (rel 11) pentru receptorul $R1$, sînt prezentate în diagrama din fig. 2 în cazul factorului de concentrare $C = 90$ și în diagrama din fig. 3 pentru $C = 180$. În aceste diagrame η_{rad} este dat în funcție de T_R și de produsul $\eta_{conc} EC = q_{iR}$, care reprezintă fluxul termic interceptat de 1 m² din aria suprafeței de recepție în kW/m².

Pentru calcule s-au admis $E = 600 \div 800$ W/m² ; $\eta_{conc} = 0{,}6$ pentru oglinzi din oțel inoxidabil ; $\eta_{conc} = 0{,}8$ pentru oglinzi din aluminiu sau din sticlă argintată.

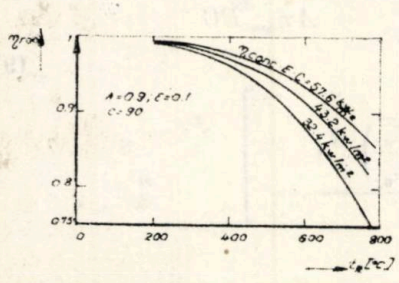


Fig. 2. Randamentul η_{rad} pentru receptorul R1 la o suprafață de captare S = 20 m².

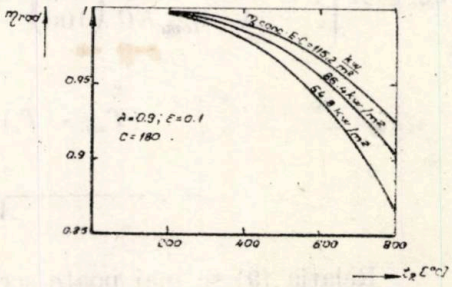


Fig. 3. Randamentul η_{rad} pentru receptorul R1 la o suprafață de captare S = 40 m².

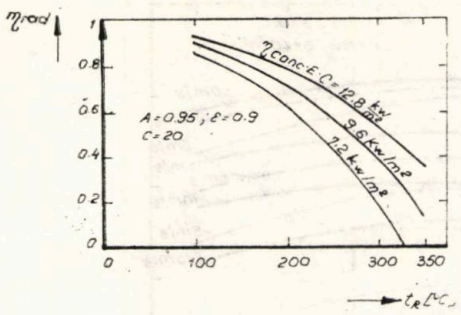


Fig. 4. Randamentul η_{rad} pentru receptorul R2, la o suprafață de captare S = 40 m².

Din fig. 2 și fig. 3 rezultă că pierderile de căldură prin radiație, ale receptorului R1 la care suprafața de recepție, compusă din țevi cu aripioare realizează o structură antiradiantă ($\varepsilon = 0{,}1$; $A = 0{,}9$), sînt reduse. Astfel pentru $C = 90$ din fig. 2 se observă că $\eta_{rad} \geqslant 0{,}9$) cînd $t_R \leqslant 565°C \div 700°C$. De asemenea, pentru $C = 180$ din fig. 6 rezultă că $\eta_{rad} \geqslant 0{,}95$ pentru același interval de temperaturi $t_R \leqslant 565°C \div 700°C$.

Prin urmare, odată cu creșterea factorului de concentrare C de la 90 la 180, creștere datorată dublării suprafeței heliostatelor (de la 20 m² la 40 m²), rezultă că ponderea pierderilor de căldură prin radiație a scăzut de la 10% ($\eta_{rad} = 0{,}9$) la 5% ($\eta_{rad} = 0{,}95$) din fluxul termic primit (Q_{iR}). De asemenea, se observă că la temperaturi ridicate $t_R = 565$; 700°C aceste pierderi sînt reduse, ca urmare a structurii antiradiante a suprafeței de recepție.

În cazul receptorului *R*2, pierderile de căldură prin radiație, exprimate prin η_{rad} rînd reprezentate în diagrama din fig. 4. De aici rezultă că aceste pierderi au o pondere mare din $\dot{Q}_{iR}$ și ele cresc odată cu creșterea temperaturii t_R. Astfel la $t_R = 200°C$ pierderile de căldură prin radiație ale receptorului *R*2 pot ajunge la 40% ($\eta_{rad} = 0{,}6$) din $\dot{Q}_{iR}$. Prin urmare acest tip de receptor, pentru a prezenta randamente admisibile, trebuie să funcționeze la temperaturi $t_R \leqslant 200°C$.

Pierderile de căldură ale receptoarelor prin convecție și conducție se evaluează cu randamentul $\eta_{cv \cdot cd}$ (rel 12).

Datele de calcul ale randamentului $\eta_{cv \cdot cd}$ pentru receptorul *R*1 sînt :

$$S_g = 2 \text{ m}^2 ; \quad S_{R'} = 9{,}2 \text{ m}^2 ; \quad S_R = 0{,}245 \text{ m}^2 ; \quad S_B = 0{,}16 \text{ m}^2 ;$$

$$\delta_{OL} = = 3 \text{ mm} ; \quad \delta_{az} = 4 \text{ mm} ; \quad A = 0{,}9.$$

Se estimează următoarele valori medii :

$$T_a = 293 \text{ K} ; \quad T_g = 370 \quad K ; \quad Ta' = 350 \text{ K} ; \quad T_p = 360 \text{ K} ;$$

$$T_c = 310 \text{ K} ; \quad T_{mR} = (Tp + Tc)/2 = 335 \text{ K} ; \quad w = 0 \text{ m/s} ; \ 5\text{m/s și } 10 \text{ m/s}.$$

Viteza vîntului de 0 m/s se obține în cazul în care receptorul este introdus integral în cabina seră.

În cazul în care geamul de protecție al suprafeței de recepție este expus direct circulației atmosferice a aerului din exterior, se constată că la $w = 5$ m/s sau $w = 10$ m/s pierderile de căldură prin conducție și convecție cresc sensibil ajungînd în cazul receptorului *R*1, pînă la 84—92% din fluxul termic $\dot{Q}_{iR}$. Astfel $\eta_{cv \cdot cd} = 0{,}16 \div 0{,}08$ la $\eta_{conc} EC = 43{,}2$ kW/m²

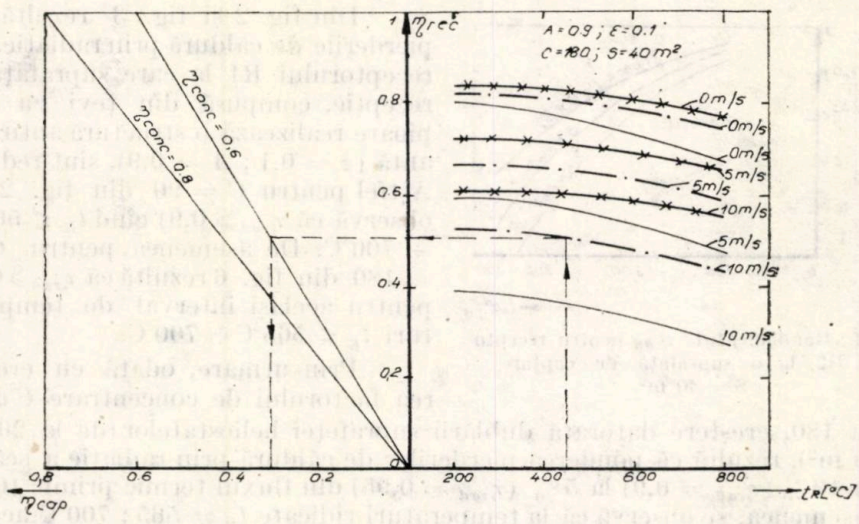


Fig. 5. Randamentele η_{rec} și η_{cap} pentru receptorul R1 și S = 20m².
——— $\eta_{conc}EC$ = 32,4 kW/m²;
— · — · — $\eta_{conc}EC$ = 43,2 kW/m²;
*** $\eta_{conc}EC$ = 57,6 kW/m².

și $t_R = 200 \div 600°C$, iar pentru $\eta_{conc}EC = 32{,}4$ kW/m² pierderile de căldură prin convecție și conducție egalează fluxul termic primit de receptor.

Datele de calcul ale randamentului $\eta_{cv \cdot cd}$ pentru receptorul $R2$, sînt :

$$Sg = S_R = 1{,}6 \text{ m}^2;\ S_{R'} = 2{,}6125 \text{ m}^2;\ S_B = 0{,}15 \text{ m}^2;\ \delta_{OL} = 3 \text{ mm};$$
$$\delta_{az} = 4 \text{ mm};\ A = 0{,}95.$$

Se estimează valorile medii :

$$T_g = 340 \text{ K};\ T_p = 330 \text{ K};\ Tc = 310 \text{ K};\ Ta = 293 \text{ K};\ Ta' = 340 \text{ K};$$

$$T_{mR} = \frac{330 + 310}{2} = 320 \text{ K};\ w = 0\text{m/s};\ 5\text{m/s și } 10 \text{ m/s}.$$

Randamentele η_{rec} 0i η_{cap}, calculate cu relația 9 și respectiv relația 13, pentru receptorul $R1$ sînt prezentate în nomograma din fig. 5 pentru cazul $S = 20$ m²; $C = 90$ și în nomograma din fig. 6 pentru $S = 40$ m² și $C = 180$.

Valorile η_{rec} și η_{cap} ale receptorului $R2$ sînt prezentate în nomograma din fig. 7.

În toate cazurile η_{rec} și η_{cap} sînt exprimate în funcție de $q_R = \eta_{conc}EC \left[\frac{\text{kW}}{\text{m}^2}\right]$, de viteza vîntului w, de temperatură suprafeței de recepție t_R și de randamentul concentratorului η_{conc}.

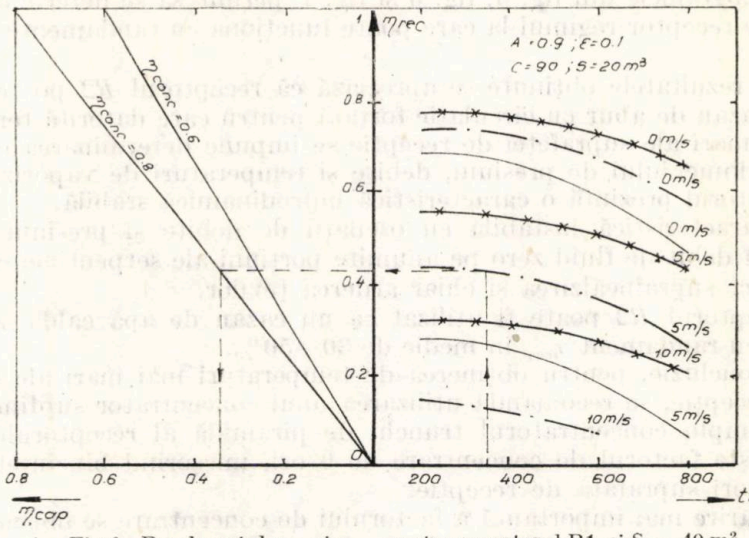


Fig.6 . Randmentul η_{rec} și η_{cap} pentru receptorul R1 și S = 40 m².
——— η_{conc}EC = 6,48 kW/m² ;
—·—·— η_{conc}EC = 86,4 kW/m² ;
*** η_{conc}EC = 115,2 kW/m².

Comparînd fig. 5 și fig. 6 se observă că η_{rec} și η_{cap} cresc cu creșterea factorului de concentrare C.

În cazul receptorului $R2$ din fig. 7 se confirmă observația făcută anterior și anume că η_{rec} și η_{cap} sînt acceptabili pentru $t_R \leqslant 200°C$.

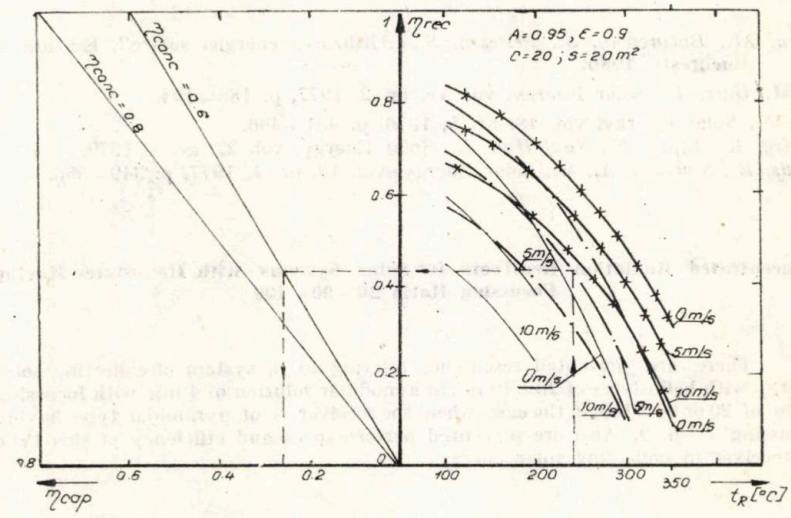


Fig. 7. Randamentul η_{rec} și η_{cap} pentru receptorul R2 și S= 40m²
——— η_{conc}EC = 7,2 kW/m² ;
—·—·— η_{conc}EC = 9,6 kW/m² ;
*** η_{conc}EC = 12,8 kW/m².

Nomogramele din fig. 5, fig. 6 și fig. 7 permit să se determine pentru fiecare receptor regimul la care poate funcționa cu randamente acceptabile.

Din rezultatele obținute se apreciază că receptorul $R2$ poate constitui un cazan de abur cu circulație forțată pentru care datorită temperaturilor t_R mari ale suprafeței de recepție se impune determinarea cît mai exactă a domeniului de presiuni, debite și temperaturi de vaporizare, la care receptorul prezintă o caracteristică hidrodinamică stabilă.

O caracteristică instabilă cu oscilații de debite și presiuni poate conduce la debit de fluid zero pe anumite porțiuni ale serpentinei ceea ce are ca efect supraîncălzirea și chiar arderea țevilor.

Receptorul $R2$ poate fi utilizat ca un cazan de apă caldă sau apă fierbinte cu randament η_{cap} în medie de 30—50%.

În concluzie, pentru obținerea de temperaturi mai mari ale suprafeței de recepție, se recomandă utilizarea unui concentrator suplimentar, ca de exemplu concentratorul trunchi de piramidă al receptorului $R1$, care mărește factorul de concentrare de 9 ori, micșorînd bineînțeles tot de atîtea ori suprafața de recepție.

O mărire mai importantă a factorului de concentrare se obține dacă receptorul este montat în axul unui concentrator suplimentar conic. Concentratorul conic se construiește cu un unghi de circa 90°, unghi pentru care se obține o valoare maximă de concentrare și anume de 215.

Astfel factorul de concentrare ce se va obține cu o suprafață a heliostatelor $S = 40$ m² va fi $20 \cdot 215 = 4300$.

BIBLIOGRAFIE

1. *Dănescu, Al., Bucurenciu, S., Petrescu, S.*, „Utilizarea energiei solare", Editura Tehnică, București, 1980.
2. *Riaz, M., Gurr, T.*, Solar Energy, vol. 19, nr. 2, 1977, p. 185—194.
3. *Simon, F.*, Solar Energy, vol. 18, nr. 5, 1976, p. 451—466.
4. *Athavaley, K., Lipps, F., Vant-Hull, L.*, Solar Energy, vol. 22, nr. 6, 1979.
5. *Fourakis, E., Severson, A.*, M., Solar Energy, vol. 19, nr. 4, 1977, p. 349—356.

Concentrated Radiation Receivers for Solar Systems with Heliostates Having Focussing Ratio 20—90—190

There are presented researches refering to a system of collecting solar energy with heliostates of 20—40 m², in a modular solution of 4 m², with focussing ratio of 20 or 90—180, in the case when the receiver is of pyramidal type having focussing ratio 9. Also are presented performances and efficiency of this type of receiver in collecting solar energy.

C.Z. : 621.822
621.646

UNELE ASPECTE NOI PRIVIND CALCULUL ȘI EXPERIMENTAREA LAGĂRELOR GAZOSTATICE CU ELEMENT POROS

T. DEMIAN, GH. STOICA, BAUBEC SERIN *

În lucrare sînt expuse unele elemente noi privind calculul lagărelor gazostatice cu element de alimentare poros, cu verificările experimentale corespunzătoare.

Una dintre soluțiile lagărelor gazostatice cu posibilități de utilizare în mecanica fină o reprezintă construcția cu element de alimentare poros, care mărește capacitatea portantă și asigură o mai bună stabilitate la moment de răsturnare.

De aceea în cele ce urmează se propun noi soluții privind calculul acestor lagăre cu verificările experimentale corespunzătoare. Dificultățile de calcul sînt legate, îndeosebi, de circulația lubrifiantului în materialul poros. Ecuația de mișcare are loc după legea lui d'Arcy :

$$\frac{\partial p}{\partial w} = -\frac{\eta \cdot U_w}{K_p} \tag{1}$$

unde p este presiunea; w — direcția mișcării; U_w — viteza fluidului pe direcția w; K_p — coeficient de permeabilitate. Ecuația lui Reynolds se va scrie sub forma :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial p^2}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3 \frac{\partial p^2}{\partial y}\right) = -12 \frac{K_p}{\delta}(p_{al}^2 - p^2) \ , \tag{2}$$

știindu-se că, particular aici, lubrifiantul are o componentă normală a vitezei.

---

* Prof. dr. doc., Catedra de mecanică fină; Ing. CCSITMFS București; Ing., Intrep. de ferite Urziceni.

S-a considerat pentru calcul și experimentare tipul de lagăr reprezentat în fig. 1, cu raportul $r_1/r_2 \leqslant 0{,}25$. S-a mai avut în vedere că în domeniul $2r_1$, de presiune p_i și la elementul cu flux radial și buzunar de alimentare nu apar vibrații autoîntreținute, iar distribuția de presiuni este dată de ecuația:

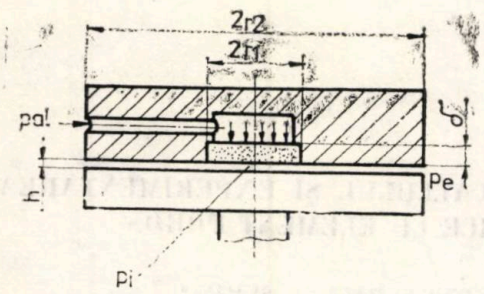


Fig. 1. Schița lagărului cu element poros.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}p^2}{\mathrm{d}r}\right) = 0 \cdot \tag{3}$$

Pentru o curgere unidirecțională, expresia debitului ce străbate suprafața poroasă [1] va fi:

$$G = \frac{K_p}{2\eta}\frac{1}{RT}\left(\frac{p_{al}^2 - p_i^2}{\delta}\right) \cdot A, \tag{4}$$

unde: $A = \pi r_1^2$; δ — grosimea materialului poros; T — temperatura absolută; R — constanta gazelor.

Debitul de fluid care traversează interstițiul are expresia:

$$G_{in} = \frac{h^3}{24\eta}\frac{1}{RT}\frac{2}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}(p_i^2 - p_e^2). \tag{5}$$

Egalîndu-se relațiile (4) și (5) se stabilește ecuația de funcționare a lagărului,

$$\frac{K_p}{2\eta}\frac{1}{RT}\frac{(p_{al}^2 - p_i^2)}{\delta}A = \frac{h^3}{24\eta}\frac{1}{RT}\frac{2\pi}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}(p_i^2 - p_e^2), \tag{6}$$

din care rezultă p_i. Valoarea acestei presiuni este folosită drept condiție la limită, astfel că soluția ecuației (3) este complet determinată:

$$p = \sqrt{p_i^2 - \frac{\ln\dfrac{r_1}{r}}{\ln\dfrac{r_1}{r_2}}(p_i^2 - p_e^2)}. \tag{7}$$

Din prelucrarea relației (6), se va obține:

$$\frac{p_i^2}{p_e^2} = \frac{\Lambda\dfrac{p_{al}^2}{p_e^2} + 1}{\Lambda + 1}, \quad \text{unde} \quad \Lambda = \frac{6Kp \cdot r^2 \cdot \ln\dfrac{r_2}{r_1}}{h^3} \tag{8}$$

este parametrul alimentării.

Capacitatea de încărcare, exprimată adimensional prin $W = P/A_t \cdot p_e$, va fi dată de relaţia :

$$W = -P_i \cdot \sigma^2 \cdot e^a \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4a}} \left(Erf\left(\sqrt{a}\right) - Erf\left(\frac{1}{P_i} \cdot \sqrt{a}\right)\right), \qquad (10)$$

unde : $A_t = \pi \cdot r_2^2$; $\sigma = \frac{r_1}{r_2} \leqslant 0{,}25$; $a = -\frac{2P_i^2 \ln \sigma}{P_i^2 - 1}$; $P = \frac{p_i}{p_e}$.

Expresia

$Erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^2 e^{-x2} \cdot dx$, reprezintă funcţia erorilor după Gauss.

Rigiditatea se calculează cu relaţia :

$$K' = \frac{\delta p}{\partial h} = A_t \cdot p_e \cdot \frac{\partial w}{\partial h} = A_t \cdot p_e \frac{\partial w}{\partial P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \Lambda}{\partial h} \cdot \qquad (11)$$

Pentru uşurinţa reprezentării, debitul se exprimă ca mărime adimensională astfel :

$$\bar{G} = \frac{G}{G_{max} \cdot Cp} = \frac{p_{al}^2 - p_i^2}{P_{al}^2 - 1} \cdot \frac{1}{C_p}$$

cu un coeficient de pierderi $Cp \leqslant 1$.

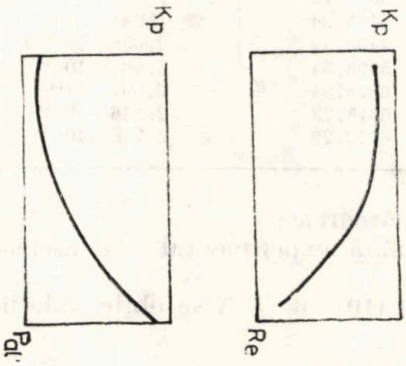
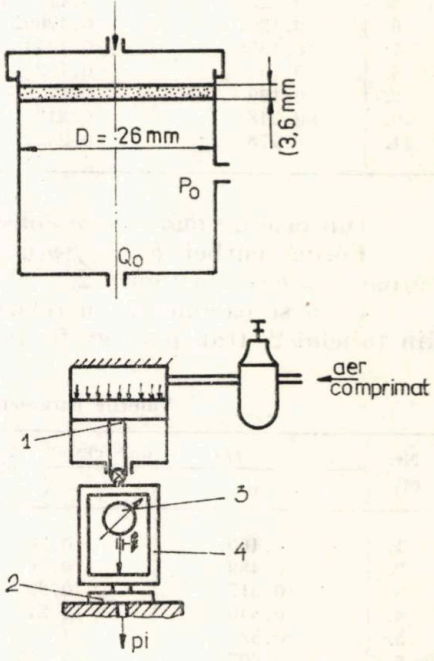


Fig. 2. Variaţia coeficientului de permeabilitate Kp în funcţie de numărul Reynolds şi presiunea de alimentare.



Fig, 3. Schema dispozitivului experimental.

Factorul K_p, denumit coeficient de permeabilitate nu are o valoare constantă, depinzînd în principal de presiunea din interstiţiu şi de numărul Reynolds (fig. 2.)

Aceasta impune ca acest factor să fie determinat pentru fiecare material poros utilizat în construcția lagărului.

În acest scop s-a realizat un dispozitiv pentru determinarea experimentală a parametrilor care intră în relația din K_p (fig. 3) pusă sub forma:

$$K_p = \frac{8\mu \cdot \delta \cdot Q_0}{\pi D^2} \cdot \frac{p_0}{p_{a1}^2 - p_0^2}$$

unde $\mu = 1{,}812 \cdot 10^{-11}$ [Ns/m²]

Pastila este construită din bronz sinterizat, cu diametrul granulelor pulberii de 10 μm.

Rezultatele sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Valorile parametrului $K_p = f(p_{a1}, p_0, Q_0)$ determinate experimental

Nr. crt.	p_{a1}(N/mm²)	p_0 (N/mm²)	Q_0 (mm³/S)	K (m²)
1.	0,106205	0,104733	1555,12	$12{,}4751 \cdot 10^{-14}$
2.	0,111	0,10767	2403,69	$8{,}4670 \cdot 10^{-14}$
3.	0,116015	0,110914	2993,00	$7{,}0491 \cdot 10^{-14}$
4.	0,12092	0,11425	3496,37	$6{,}2577 \cdot 10^{-14}$
5.	0,125825	0,1175046	3875,19	$5{,}5823 \cdot 10^{-14}$
6.	0,13073	0,12092	4188,24	$5{,}04102 \cdot 10^{-14}$
7.	0,13563	0,12445	4430,44	$4{,}6595 \cdot 10^{-14}$
8.	0,15	0,133	5393,54	$3{,}6666 \cdot 10^{-14}$
9.	0,199	0,172	6378,54	$2{,}691 \cdot 10^{-14}$
10.	0,248	0,219	6615,28	$2{,}546 \cdot 10^{-14}$
11.	0,278	0,243	6772,29	$2{,}218 \cdot 10^{-14}$

Din cele de mai sus se constată următoarele:

Forma curbei $K = f(p_l)$, determinată experimental este asemănătoare cu cea din figura 2.

Dacă se calculează cu relațiile (8) și (10) W și Λ se obțin valorile din tabelul 2, transpuse grafic în fig. 4.

Tabelul 2

Valorile parametrului $W = f(\Lambda)$, calculate

Nr. crt.	$p_{al} = 4$ daN/cm²		$p_a = 4$ daN/cm²	
	W	Λ	W	Λ
1.	0,465	0,38	0,556	0,52
2.	0,489	0,56	0,580	0,69
3.	0,517	0,82	0,608	0,93
4.	0,546	1,21	0,639	1,27
5.	0,58	1,9	0,677	1,79
6.	0,607	3,372	0,710	2,71
7.	0,638	8,57	0,746	4,68
8.	—	—	0,781	11,98

Caracteristici patină : $2r_2 = 80$ mm ; $2r_1 = 16$ mm ; $\delta = 3{,}6$ mm.

Se observă că forma curbelor $W(\Lambda)$, reprezentate cu linie continuă este asemănătoare cu rezultatele experimentale, curbele fiind reprezentate prin puncte.

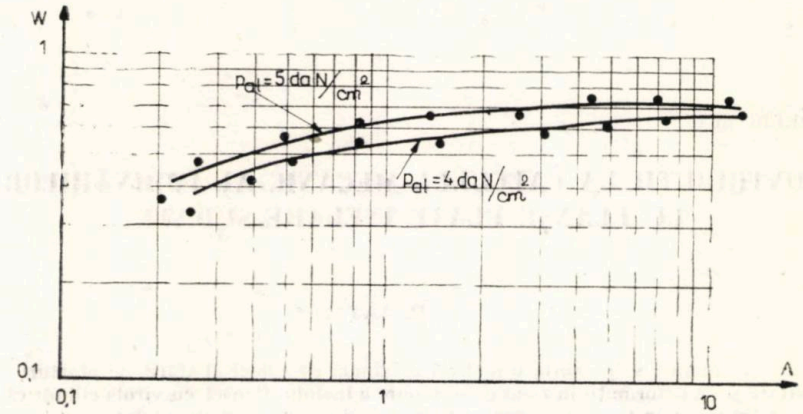


Fig 4. Curbele W în funcţie de Λ.

Ipotezele de calcul sînt apropiate de rezultatele experimentale, ceea ce dovedeşte posibilităţile de îmbunătăţire în continuare a parametrilor funcţionali ai lagărelor cu pastilă din material poros.

BIBLIOGRAFIE

1. *T. Demian, A. Pascu*, Lagăre şi ghidaje pentru aparate, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1980.
2. *H. Mori, H. Yabe, T. Ono*, Circular gasostatic bearing with external pressure source; Transactions ASME, Series D, 1964.
3. *E. P. Gagiulo, jr. P. W. Gilmour*, Numerical calculation of gasostatic bearing with porous element; Transactions ASME, Series F, 1968.

Certain New Aspects Concerning the Calculation and the Experimentation of Gazostatic Bearings with Porous Element

In the work are exposed certain new elements concerning the calculation of gazostatic bearings with porous element of feeding, and the corresponding experimental verifications.

C.Z. : 621.646 : 66.0

CONTRIBUȚII LA CALCULUL MECANIC AL ÎMBINĂRILOR CU FLANȘE PLATE INELARE, SUDATE

R. IATAN *

În lucrare se prezintă o metodă originală de calcul al stării de eforturi unitare și de deformații în zona de îmbinare a inelului flanșei cu virola cilindrică, luînd în considerație deplasarea radială a inelului și comprimarea excentrică a garniturii pentru etanșare, sub efectul presiunii interioare a mediului lichid sau gazos.

Rezultatele teoretice obținute sînt exemplificate pe cîteva cazuri date.

Construcțiile cu îmbinări cu flanșe, deși la prima vedere părînd simple, ridică o serie de dificultăți în ceea ce privește evaluarea exactă a stărilor de deformații și de eforturi unitare, pe de o parte, cît și în aprecierea etanșeității îmbinării respective, într-un anumit moment, pe de altă parte. Deși există numeroase lucrări în domeniu, problemele menționate rămîn încă neelucidate pe deplin, motiv pentru care vor mai exista, încă, cercetări care să pătrundă mai adînc în intimitatea comportării construcției. Pe baza celor enunțate, în cadrul acestei lucrări se prezintă o metodă originală de calcul al stării de solicitare în zona de legătură a inelului flanșei cu virola cilindrică corespunzătoare, sub efectul presiunii interioare a mediului lichid sau gazos, depozitat.

Ipoteze de calcul

1. Se consideră o îmbinare cu flanșe identice ca geometrie;
2. Se consideră o încărcare axial-simetrică;
3. Materialele de construcție se apreciază ca fiind izotrope;
4. Deformarea inelului flanșei (fig. 1) este considerată constantă pe o circumferință dată, de rază curentă r ($r_{im} \leqslant r \leqslant r_{ef}$);
5. Se neglijează efectul de rigidizare al cordoanelor de sudură, necesare pentru fixarea inelului flanșei de virola cilindrică;

Comunicare prezentată la Sesiunea de comunicări științifice a Institutului politehnic București, 11—12 decembrie 1981.

* Șef lucrări dr. ing., Catedra Utilaj tehnologic chimic.

6. Se are în vedere efectul deplasării radiale a inelului flanșei sub acțiunea presiunii interioare și a efortului tăietor de legătură (între inelul flanșei și virola cilindrică);
7. Se consideră rotirea rigidă a inelului flanșei în jurul circumferinței de rază r_{of} cu unghiul v_{if};
8. Se neglijează modificările valorilor razelor circumferințelor considerate în calcul, sub acțiunea sarcinilor exterioare și de legătură;
9. Se are în vedere reacțiunea garniturii pentru etanșare la comprimarea nesimetrică, în direcție radială, exprimată sub forma momentului încovoietor uniform repartizat pe circumferința de rază r_{mg},

$$m_{ge}=\frac{E_g c_g^3 (r_{eg}-r_{ig})^3}{6h_g} v_{if} = k_{ge} v_{if} \tag{1}$$

în care s-a neglijat, de asemenea, reducerea grosimii garniturii, în raport cu valoarea sa inițială;

10. Se ia în considerație reacțiunea șuruburilor pentru strîngerea garniturii, la rotirea acestora de către inelele flanșelor, exprimată sub forma momentului încovoietor uniform repartizat pe circumferința de rază r^*_s,

$$m_{se} = \frac{nE_s d_s^4}{32 l_s r_s^*} k_s^{(v)} v_{if} = k_{se} v_{if}; \tag{2}$$

11. Se are în vedere influența găurilor pentru șuruburi asupra rigidității inelului flanșei, determinîndu-se, în acest sens, o circumferință aparentă de rază r^*_s [1], pe care acționează eforturile $\bar{P}_{se}$;
12. Este acceptată ipoteza normalelor drepte (Kirchhoff-Love);
13. Solicitarea întregii construcții se află în domeniul elastic;
14. Se neglijează efectul temperaturii de lucru.

Rotația inelului flanșei

Realizînd o separare ipotetică a inelului flanșei de virola cilindrică adiacentă, ca în figura 2, și avînd în vedere sarcinile exterioare și cele de legătură (introduse pentru echilibru), rotația inelului flanșei are următoarea expresie [1, 2]

$$v_{if} = \frac{12 r_{0f}}{E_f h_f^3 \ln (r_{ef}/r_{im})} \cdot m_{0e}, \tag{3}$$

unde

$$m_{0e} = \frac{r_{mc}}{r_{0f}} m_P - \frac{r_{mc}}{r_{0f}} M_{01} + 0{,}5 \frac{r_{mc}}{r_{0f}} h_f P_{01} - \frac{r_{mc}}{r_{0f}} f_3 v_{if}; \tag{4}$$

$$f_3 = k_{se} \frac{r_s^*}{r_{mc}} + k_{ge} \frac{r_{mg}}{r_{mc}}; \tag{5}$$

$$m_P = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{k_{se}}{r_s^*}(r_s^* - r_{mc}) - \frac{k_2}{r_{mg}}(r_{mg} - r_{mc}) - \right.$$

$$\left. - \frac{k_3}{r_3}(r_3 - r_{mc})\right] \cdot r_{im}^2 p_c = c_m r_{im}^2 p_c. \tag{6}$$

Introducînd expresiile (4)...(6) în (3) rezultă

$$v_{if} = c_{rp} P_{01} + c_{rm} M_{01} + m_P^*, \tag{7}$$

în care

$$c_{rp} = 0{,}5\, c_r h_f \frac{r_{mc}}{r_{0f}}; \quad c_{rm} = -c_r \frac{r_{mc}}{r_{0f}}; \quad m_P^* = m_P \cdot c_r \cdot \frac{r_{mc}}{r_{0f}};$$

$$c_r = \left[\frac{E_f h_f^3 \ln (r_{ef}/r_{im})}{12 r_{0f}} + f_3 \frac{r_{mc}}{r_{0f}}\right]^{-1}. \tag{8}$$

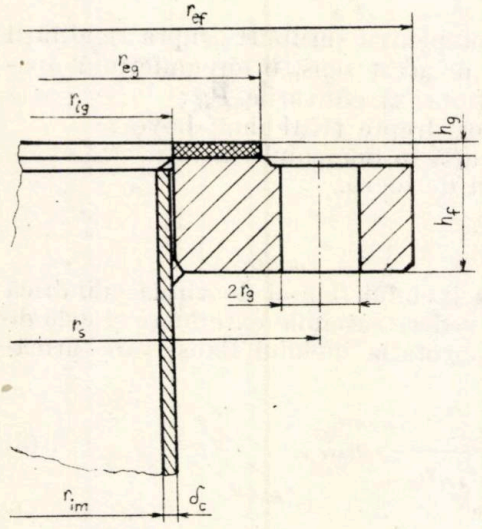


Fig. 1

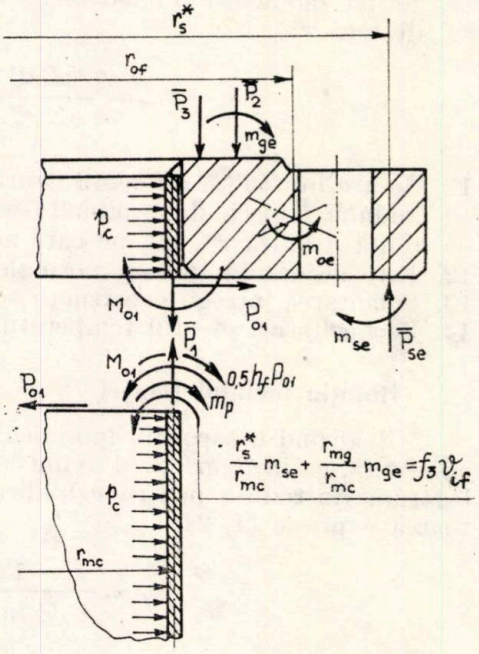


Fig. 2

Expresiile sarcinilor de legătură P_{01}, M_{01}

Pentru a stabili relaţiile necesare evaluării sarcinilor de legătură P_{01}, M_{01}, introduse pentru echilibru după separarea ipotetică a inelului flanşei de virola cilindrică, se scriu ecuaţiile de continuitate a deplasărilor

radiale şi a rotaţiilor celor două elemente constructive, menţionate anterior, care se prezintă sub forma

$$w_f^{(p_c)} + w_f^{(P_{01})} + w_f^{(v_{if})} = w_c^{(p_c)} + w_c^{(P_{01})} + w_c^{(M_{01})} + w_c^{(v_{if})} + w_c^{(m_P)};$$
$$v_{if} = v_c^{(P_{01})} + v_c^{(M_{01})} + v_c^{(m_{se},\, m_{ge})} + v_c^{(mP)}, \tag{9}$$

în care

$$w_f^{(p_c)} = -\frac{r_{im}^2}{E_f(r_{ef}^2 - r_{im}^2)}\left[(1-\mu)\, r_{mc} + (1+\mu)\frac{r_{ef}^2}{r_{mc}}\right] p_c = -A_1 p_c;$$

$$w_f^{(P_{01})} = -\frac{A_1}{h_f} P_{01};$$

$$w_f^{(v_{if})} = -0{,}5\; h_f(c_{rp}P_{01} + c_{rm}M_{01} + m_P^*);$$

$$w_c^{(p_c)} = -\frac{1}{4k_c^4 D_c}\left(1 - \frac{\mu r_{im}^2}{2r_{mc}^2}\right)p_c;$$

$$w_c^{(P_{01})} = \frac{1}{2k_c^2 D_c}\left(\frac{1}{k_c} - 0{,}5\; h_f\right) P_{01};$$

$$w_c^{(M_{01})} = \frac{1}{2k_c^2 D_c} M_{01};$$

$$w_c^{(v_{if})} = \frac{1}{2k_c^2 D_c} f_3(c_{rp}P_{01} + c_{rm}M_{01} + m_P^*);$$

(10

$$w_c^{(m_P)} = -\frac{1}{2k_c^2 D_c} m_P;$$

$$v_c^{(P_1)} = \frac{1}{k_c D_c}\left(\frac{1}{2k_c} - 0{,}5\; h_f\right)P_{01};$$

$$v_c^{(M_{01})} = \frac{1}{k_c D_c} M_{01};$$

$$v_c^{(m_{se},\, m_{ge})} = \frac{1}{k_c D_c} f_3(c_{rp}P_{01} + c_{rm}M_{01} + m_P^*);$$

$$v_c^{(m_P)} = -\frac{1}{k_c D_c} m_P;$$

$$k_c = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{r_{mc}\delta_c}}; \qquad D_c = \frac{E_c \delta_c^3}{12(1-\mu^2)}$$

Substituind expresiile (10) în (9) rezultă

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_{01} \\ M_{01} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{Bmatrix}, \tag{11}$$

de unde

$$\begin{Bmatrix} P_{01} \\ M_{01} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{Bmatrix}, \tag{12}$$

în care

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{2A_1}{h_f} k_c^2 D_c + \frac{1}{k_c} - 0{,}5\ h_f + f_1 c_{rp}; \\ a_{12} &= 1 + f_1 c_{rm}; \\ a_{13} &= \left[\frac{1}{2k_c^2} \left(1 - \frac{\mu r_{im}^2}{2r_{mc}^2} \right) - 2A_1 k_c^2 D_c + a_{12} c_m r_{im}^2 \right] p_c; \\ a_{21} &= f_2 c_{rp} - \frac{1}{2k_c} + 0{,}5\ h_f; \\ a_{22} &= f_2 c_{rm} - 1; \\ a_{23} &= a_{22} c_m r_{im}^2 p_c; \\ f_1 &= h_f k_c^2 D_c + f_3; \qquad f_2 = k_c D_c - f_3. \end{aligned} \tag{13}$$

Eforturi unitare

Virola cilindrică

Eforturile unitare meridionale σ_1 și cele inelare σ_2 se calculează utilizînd expresiile

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{p_c r_{mc}}{2\delta_c} \pm \frac{6 M_{cil}}{\delta_c^2}; \\ \sigma_2 &= \frac{p_c r_{mc}}{\delta_c} \pm \frac{6\mu M_{cil}}{\delta_c^2} + \frac{N_\omega}{\delta_c}, \end{aligned} \tag{14}$$

unde

$$M_{cil} = M_{01} + f_3 v_{if} - 0{,}5\ h_f\ P_{01} - m_P, \tag{15}$$

conform reprezentării din figura 2, respectiv

$$N_\omega = -2k_c r_{mc} [k_c M_{cil} (\text{sign } M_{cil}) + P_{01} (\text{sign } P_{01})], \tag{16}$$

în care (sign M_{cil}) şi (sign P_{01}) reprezintă semnele celor două sarcini ((+) dacă îşi păstrează sensurile din figura 2 şi (—), în caz contrar). Efortul unitar echivalent se calculează cu formula

$$\sigma_{echc} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}. \tag{17}$$

Cele două semne din relaţiile (14) se au în vedere pentru calculul eforturilor unitare la fibrele interioare şi cele exterioare ale virolei cilindrice şi, în mod corespunzător, la calculul efortului unitar echivalent.

Inelul flanşei

Avînd în vedere expresia (15) se determină, în continuare, eforturile unitare în inelul flanşei cu ajutorul relaţiilor

$$\sigma_{rf}^{(tot)} = \sigma_{rf\,max}^{(M_{cil})} + \sigma_{rf}^{(p_c^*)};$$

$$\sigma_{\omega f}^{(tot)} = \sigma_{\omega f\,max}^{(M_{cil})} + \sigma_{\omega f}^{(p_c^*)}, \tag{18}$$

unde [1]

$$\sigma_{rf\,max}^{(M_{cil})} = \pm 6\, M_{cil}/h_f^2; \qquad \sigma_{\omega f\,max}^{(M_{cil})} = \pm 10\, M_{cil}/h_f^2;$$

$$\sigma_{rf}^{(p_c^*)} = \left(p_c + \frac{P_{01}}{h_f}\right)\left[1 - \left(\frac{r_{ef}}{r_{mc}}\right)^2\right] \cdot \frac{r_{im}^2}{r_{ef}^2 - r_{im}^2}; \tag{19}$$

$$\sigma_{\omega f}^{(p_c^*)} = \left(p_c + \frac{P_{01}}{h_f}\right)\left[1 + \left(\frac{r_{ef}}{r_{mc}}\right)^2\right] \cdot \frac{r_{im}^2}{r_{ef}^2 - r_{im}^2}.$$

Eforturile unitare echivalente pentru suprafaţa superioară (dinspre garnitura pentru etanşare) şi pentru suprafaţa inferioară (dinspre virola cilindrică) a inelului flanşei se calculează cu expresii de forma

$$\sigma_{echf} = \sqrt{[\sigma_{rf}^{(tot)}]^2 + [\sigma_{\omega f}^{(tot)}]^2 - [\sigma_{rf}^{(tot)}]\,[\sigma_{\omega f}^{(tot)}]}. \tag{20}$$

Pentru a fi acceptată construcţia cu flanşe plate inelare, studiată, trebuie ca

$$\sigma_{ech\,c}^{max} \leqslant \sigma_{ac}; \qquad \sigma_{ech\,f}^{max} \leqslant \sigma_{af}, \tag{21}$$

cînd virola cilindrică şi inelul flanşei sînt executate din materiale de construcţie diferite sau

$$\text{Max}\,(\sigma_{ech\,c}^{max};\ \sigma_{ech\,f}^{max}) \leqslant \sigma_a, \tag{22}*$$

atunci cînd cele două elemente constructive sînt realizate din acelaşi material metalic.

---

* A se citi valoarea maximă dintre $\sigma_{ech\,c}^{max}$ şi $\sigma_{ech\,f}^{max}$

Tabelul 1

Stări de deformații și de eforturi unitare în virola cilindrică și în inelul flanșelor plate inelare, sudate, considerate în cadrul aplicațiilor

Mărimea		Unitatea de măsură	Tipul flanșei		
			STAS 9801/4—79	STAS 9801/5—79	DIN 28 032
1		2	3	4	5
P_{01}		N/m	24 758,97	26 892,14	24 675,57
M_{01}		Nm/m	16 666,193	16 737,53	16 853,418
$v_{if} \times 10^6$		—	428,3113	350,4003	481,8472
M_{cil}		Nm/m	534,695	571,150	508,045
VIROLA CILINDRICĂ					
σ_1	i	MPa	+67,6	+105,9	+78,6
	e		−11,6	− 33,9	−16,6
σ_2	i		+36,8	+ 47,7	+40,1
	e		+13,0	+ 5,7	+11,5
σ_{echc}	i	MPa	58,6	91,9	68,1
	e		21,3	37,1	24,5
σ^*_{echc}	i	MPa	67,6	105,9	78,6
	e		24,6	39,6	28,1
INELUL FLANȘEI					
$\sigma^{(tot)}_{rf}$	s	MPa	− 2,1	− 2,0	− 2,1
	j		− 0,5	− 0,6	− 0,5
$\sigma^{(tot)}_{\omega f}$	s		+ 9,4	+ 9,4	+9,8
	j		+12,0	+11,6	+11,6
σ_{echf}	s	MPa	10,6	10,5	11,0
	j		12,3	11,9	11,9
σ^*_{echf}	s	MPa	11,5	11,4	11,9
	j		12,5	12,2	12,1

NOTĂ: Semnificația indicilor este următoarea: i — fibra interioară; e — fibra exterioară; s — fibra superioară (dinspre garnitură); j — fibra de jos (dinspre virola cilindrică);

σ_{echc}, σ_{echf} — eforturi unitare echivalente calculate cu relațiile (17), (20);

σ^*_{echc}, σ^*_{echf} — eforturi unitare calculate după teoria eforturilor unitare tangențiale maxime.

Aplicații numerice

Pentru a exemplifica rezultatele teoretice ce au fost obținute în cele de mai sus, s-au luat în considerație trei flanșe plate inelare, sudate, cu $D_n = 1$ m și $p_c = 1$ MPa (tabelul 1).

Cu datele caracteristice se obțin, în urma calculelor, valorile mărimilor indicate în tabelul 1. De remarcat că în cadrul acestor calcule s-a avut în vedere valoarea $k_s^{(v)} = 1{,}0$, ca fiind caracteristică situației în care inelul flanșei și virola cilindrică sînt cele mai încărcate.

Tabelul 2

Valorile coeficienților de intensificare și de concentrare a eforturilor unitare în virolele cilindrice ale construcțiilor cu flanșe plate inelare, sudate, considerate la aplicații

Mărimea		Tipul flanșei		
		STAS 9801/4—79	STAS 9801/4—79	DIN 28 032
1		2	3	4
α_1	i	+2,414	+2,942	+2,535
	e	−0,414	−0,942	−0,535
α_2	i	+0,657	+0,663	+0,645
	e	+0,232	+0,079	+0,185
α_{ech}	i	1,208	1,473	1,268
	e	0,439	0,595	0,456
α^*_{ech}	i	1,207	1,473	1,268
	e	0,439	0,551	0,453

NOTĂ: $\alpha_1 = \sigma_1/\sigma_1^{(m)}$, $\alpha_2 = \sigma_2/\sigma_2^{(m)}$ — coeficienți de intensificare a eforturilor unitare; $\alpha_{ech} = \sigma_{echc}/\sigma_{ech}^{(m)}$, $\alpha^*_{ech} = \sigma^*_{echc} / \sigma_{ech}^{(m)*}$ — coeficienți de concentrare a eforturilor unitare.

Coeficienții de intensificare și de concentrare a eforturilor unitare [2] au valorile indicate în tabelul 2, pentru care s-au avut în vedere valorile eforturilor unitare de membrană, pentru cele trei tipuri de flanșe:

a) $\sigma_1^{(m)} = 28$ MPa; $\sigma_2^{(m)} = 56$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)} = 48{,}5$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)*} = 56$ MPa;

b) $\sigma_1^{(m)} = 36$ MPa; $\sigma_2^{(m)} = 71{,}9$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)} = 62{,}4$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)*} = 71{,}9$ MPa;

c) $\sigma_1^{(m)} = 31$ MPa; $\sigma_2^{(m)} = 62$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)} = 53{,}7$ MPa; $\sigma_{ech}^{(m)*} = 62$ MPa.

După cum se poate constata, pe lîngă eforturile unitare echivalente calculate cu ajutorul relaţiilor (17) respectiv (20), stabilite pe baza teoriei energiei de deformare, se prezintă şi valorile calculate pe baza teoriei eforturilor unitare tangenţiale maxime.

Concluzii

În lucrare se prezintă o metodă originală de calcul al stării de deformare şi de eforturi unitare dezvoltate în construcţiile cu flanşe plate inelare, sudate. În acest sens au fost luate în consideraţie pe lîngă sarcinile exterioare şi interioare, de legătură, şi efectele manifestate de deplasarea radială a inelului flanşei sub efectul presiunii interioare, de rezistenţa opusă de garnitură la comprimarea nesimetrică, precum şi opoziţia manifestată de şuruburi la tendinţa de curbare a acestora. Pe baza teoriei expuse se stabilesc relaţii pentru calculul eforturilor unitare dezvoltate atît în virola cilindrică cît şi în inelul flanşei. Pentru aprecierea etanşeităţii îmbinării se prezintă expresia rotaţiei inelului flanşei.

Exemplificarea rezultatelor teoretice se realizează pe cazul a trei tipodimensiuni de flanşe plate inelare, sudate, a căror geometrie, respectiv încărcare, se stabilesc prin prevederile STAS 9801/4—79, STAS 9801/5—79, DIN 28 032, toate fiind considerate ca lucrînd la temperatura de 20°C. Dacă se iau în discuţie valorile eforturilor unitare echivalente, prezentate în tabelul 1, se constată că cele stabilite cu ajutorul teoriei eforturilor unitare tangenţiale maxime sînt cu aproximativ 15% mai mari decît cele calculate cu formula (17), situînd calculul pe partea sigură. Aceste valori arată elocvent că flanşele, în construcţia menţionată, posedă încă o substanţială rezervă de capacitate portantă (dacă se consideră virolele cilindrice executate din OL 37 — STAS 500—80 — cu $\sigma_c = 220$ MPa, rezultă $\sigma_{ac} = 220 : 1{,}5 = 147{,}7$ MPa). Rezultatele obţinute cu metoda expusă în cele ce preced se consideră corecte avînd în vedere că astfel de flanşe se întîlnesc în componenţa diferitelor instalaţii tehnologice în funcţionare, la care se manifestă şi efectul de corodare — concretizat prin subţierea peretelui virolei cilindrice şi deci amplificarea stării de eforturi unitare şi de deformare. Exprimarea anterioară are în vedere faptul că în practica industrială nu s-a manifestat distrugerea construcţiei metalice, la care ne referim, ci, în unele situaţii, pierderea etanşeităţii mediului (prin creşterea rotaţiei inelului flanşei, printre altele). Se poate menţiona, totodată, că valorile obţinute anterior sînt cu mult mai mici decît cele rezultate prin utilizarea metodei de calcul recomandate de [5], caz în care eforturile unitare maxime, dezvoltate în virola cilindrică, sînt de 193,4 MPa (pentru flanşa STAS 9801/4—79), respectiv 279,4 MPa (pentru flanşa DIN 28 032). În acest ultim caz, condiţia de acceptabilitate a construcţiei, după [5] nu este îndeplinită.

Notaţii folosite

r_{im} — raza interioară a virolei cilindrice;
r_{ef} — raza exterioară a inelului flanşei;
p_c — presiunea interioară de calcul;
$r_{mc} = r_{im} + \delta_c/2$ — raza suprafeţei mediane a virolei cilindrice;

δ_c — grosimea peretelui virolei cilindrice;

$r_{of}=(r_{im}+r_{ef})/2$ — raza fibrei neutre a inelului flanşei, pe care acţionează momentul încovoietor echivalent m_{0e};

m_{oe} — moment încovoietor echivalent, raportat la unitatea de lungime a circumferinţei de rază r_{of}, calculat cu luarea în consideraţie a tuturor momentelor încovoietoare şi a tuturor eforturilor care acţionează pe inelul flanşei,în raport cu circumferinţa menţionată;

P_1, P_2, P_3, P_{se} — forţe dezvoltate de presiunea interioară şi de presiunea de etanşare [2];

$\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_{se}$ — eforturi axiale datorite forţelor P_1, P_2, P_3, P_{se} uniform repartizate pe circumferinţele pe care acţionează [2];

P_{01}, M_{01} — efort tăietor, respectiv moment încovoietor, de legătură;

h_f — grosimea inelului flanşei;

$r_{mg}=(r_{eg}+r_{ig})/2$ — raza circumferinţei medii a garniturii pentru etanşare;

r_{eg}, r_{ig} — raza circumferinţei exterioare, respectiv raza circumferinţei interioare, a garniturii pentru etanşare;

r_s^* — raza circumferinţei aparente pe care acţionează forţa dezvoltată în şuruburi [2];

m_{ge}, m_{se} — momente încovoietoare dezvoltate datorită comprimării excentrice a garniturii pentru etanşare, respectiv datorită curbării şuruburilor, ale căror expresii sînt date de (1) şi (2);

h_g — grosimea garniturii pentru etanşare;

E_g, E_s, E_f, E_c — modulele de elasticitate longitudinală a materialelor garniturii pentru etanşare, şuruburilor, inelului flanşei, virolei cilindrice;

c_g — coeficient de reducere a lăţimii iniţiale a garniturii pentru etanşare;

k_{ge}, k_{se} — factori de pondere, ale căror expresii se deduc din (1) şi (2);

n — numărul de şuruburi;

d_s, l_s — diametrul, respectiv lungimea şurubului;

$k_s^{(v)}$ — factor de corelare a rotaţiilor inelului flanşei şi şuruburilor (în cazul de faţă s-a considerat $k_s^{(v)}=1{,}0$);

m_P — moment încovoietor calculat cu expresia (6);

c_m, c_{rp}, c_{rm}, c_r, — factori ale căror expresii sînt date de (6), respectiv (8);

m_P^* — rotaţia inelului flanşei datorită momentului încovoietor m_P;

w_f, w_c — deplasarea radială a inelului flanşei, respectiv a virolei cilindrice, în zona de îmbinare a celor două elemente constructive;

v_c — rotaţia virolei cilindrice în zona de îmbinare cu inelul flanşei;

k_c, D_c — factor de amortizare, respectiv rigiditatea cilindrică la încovoiere a virolei cilindrice, ale căror expresii sînt date de (10_{13});

a_{ij} — factori de pondere ($i = 1, 2$; $j = 1, 2, 3$);

M_{cil} — momentul încovoietor total care acționează asupra virolei cilindrice, în zona de prindere cu inelul flanșei;

N_ω — efort inelar, calculat cu relația (16);

r_s — raza circumferinței centrelor găurilor pentru șuruburi;

r_g — raza găurilor pentru șuruburi;

$k_1, k_2, k_3, k_{se}^* = k_1+k_2+k_3$ — factori de pondere [2];

μ — coeficientul contracției transversale a materiale lor de construcție;

σ_{ac}, σ_{af} — eforturi unitare (rezistențe) admisibile, ale materialelor de construcție a virolei cilindrice, respectiv a inelului flanșei;

$b_0 = r_{eg} - r_{ig}$ lățimea inițială a garniturii pentru etanșare;

c_g — factor de reducere a lățimii inițiale a garniturii pentru etanșare [2];

σ_{echc}^*, σ_{echf}^* — eforturi unitare echivalente calculate după teoria eforturilor unitare tangențiale maxime;

$\sigma_{ech}^{(m)}$, $\sigma_{ech}^{(m)*}$ — eforturi unitare echivalente de membrană calculate după teoria energiei de variație a formei, respectiv după teoria eforturilor unitare tangențiale maxime.

BIBLIOGRAFIE

1. *Iatan I. R.*, Buletinul Institutului Politehnic București, seria Mecanică, XLIII, nr. 1, 1981 p. 101—112.
2. *Iatan I. R.*, Cercetări teoretice și experimentale privind construcțiile de îmbinări cu flanșe cu nervuri, teză de doctorat, Institutul Politehnic București, 1979.
3. *Iatan I. R., Renert M.*, Buletinul Institutului Politehnic București, XL, nr. 2, 1978, p. 157—166.
4. *Iatan I. R.*, ș.a., Revista de chimie, 29, nr. 7, 1978, p. 675—680.
5. * * * M.A.T.M.C.G.FF — I.S.C.I.R., Prescripții tehnice pentru proiectarea, execuția, instalarea, exploatarea, repararea și verificarea recipientelor metalice stabile sub presiune, C4—78, Editura tehnică, București, 1978.

Contributions to the Mechanical Computation of the Welded Annular Flanges

In this work we present an original method of calculus of efforts between the disc and the cylindric shell of the welded annular flanges, which considers the radial displacement effect of the disc of the flange, calculus of the eccentrical compression of the tight set and the curving of the screws under the inner pressure effect.

The theoretical results are examined in a number of cases.

C.Z. : 517.4

NUMERICAL SOLUTIONS FOR TRANSIENT PARALLEL FLUID FLOWS

C. BRĂTIANU *

This paper presents a numerical solution procedure for the transient parallel fluid flow based on the finite element method. For more generality, the analytical model is cast into a nondimensional form. The working equation system is obtained via Galerkin procedure, and a finite element explicit time scheme is derived for the transient solutions. Results agree well with analytical and experimental published data.

1. Introduction

This is a problem of flow formation in Couette motion. It is generated by the motion of a flat wall parallel to another one which is at rest, when it is suddenly accelerated from rest to the constant velocity U^0. The governing equation, the initial and boundary conditions are the following :

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \tag{1}$$

$$U(Y,\ 0) = 0$$

$$U(0,\ T) = U_0 \tag{2}$$

$$U(H,\ T) = 0$$

where U is velocity, T is time, Y is the Cartesian coordinate, ν is viscosity and H is the channel width. For more generality consider the following nondimensional variables [1].

$$y = \frac{Y}{H},\ u = \frac{U}{U_0} \text{ and } t = \frac{\nu T}{H^2} \tag{3}$$

Introducing eq. (3) into eqs. (1) and (2) we get

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{4}$$

---

* Assistant Professor, Ph. D., Department of Power Engineering.

with the following initial and boundary conditions:

$$\begin{aligned} u(y,\ 0) &= 0 \\ u(0,\ t) &= 1 \\ u(1,\ t) &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

2. Finite element formulation

Let us consider a domain discretization into finite elements, each of them of dimension L. Consider next, at the element level e, approximation functions of the form [2]

$$u_e(y, t) = \sum_{i-1}^{m} N_i(y) u_i(t) = [N]^T [u] \tag{6}$$

where $[N]$ is the shape functions vector, $[u]$ is the nodal parameters vector and m is the number of nodes per element.

Apply the method of weighted residuals [3], via Galerkin approach, to the analytical model written at the element level

$$\int_L N_i \left(\frac{\partial^2 u^e}{\partial y^2} - \frac{\partial u^e}{\partial t} \right) \mathrm{d}y = 0, \quad i = 1,\ 2, \ldots,\ m \tag{7}$$

It can be shown by direct transformations that

$$\int_L N_i \frac{\partial^2 u^e}{\partial y^2}\,\mathrm{d}y = \int_L \frac{\partial}{\partial y}\left(N_i \frac{\partial u^e}{\partial y} \right) \mathrm{d}y - \int_L \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u^e}{\partial y}\,\mathrm{d}y$$

$$= N_i \frac{\partial u^e}{\partial y}\bigg|_{i=m} - N_i \frac{\partial u^e}{\partial y}\bigg|_{i=1} - \int_L \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u^e}{\partial y}\,\mathrm{d}y \tag{8}$$

Introducing eq. (7) into eq. (8) and rearranging terms we get the elemental matrix equation

$$[S]^e [u]^e + [P]^e \left[\frac{\partial u}{\partial t} \right]^e = [C]^e \tag{9}$$

where

$$S_{ij}^e = \int_L \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y}\,\mathrm{d}y \tag{10}$$

$$P_{ij}^e = \int_L N_i N_j\,\mathrm{d}y \tag{11}$$

$$C_i^e = N_i \frac{\partial u^e}{\partial y}\bigg|_{i=m} - N_i \frac{\partial u^e}{\partial y}\bigg|_{i-1} \tag{12}$$

Since $N_i = 1$ at the i-th node and is zero elsewhere, and considering the given boundary conditions, the assemblage of all the finite elements will yield for the whole domain $[C] = 0$. Thus, eq. (9) becomes

$$[S][u] + [P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right] = 0 \tag{13}$$

Let us denote by n and $n+1$ two consecutive time steps (i.e. at the step t and $t + \Delta t$). Using Taylor expansions we can write

$$[u]_{n+\frac{1}{2}} = [u]_n + \frac{1}{1!}\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_n\left(\frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]_n\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + 0(\Delta t^3) \tag{14}$$

$$[u]_{n+\frac{1}{2}} = [u]_{n+1} - \frac{1}{1!}\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_{n+1}\left(\frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]_{n+1}\left(\frac{\Delta t^2}{2}\right)^2 + 0\,(\Delta t^3) \tag{15}$$

Making the assumption that $\partial u/\partial t$ has a linear variation within the time step Δt it follows that

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]_n = \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]_{n+1} = \text{constant} \tag{16}$$

Combining eqs. (14), (15) and (16) we get

$$[u]_{n+1} - [u]_n = \frac{\Delta t}{2}\left(\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_n + \left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_{n+1}\right) \tag{17}$$

Since eq. (13) is valid at any time t, we write it down for the two time steps n and $n+1$. Note that matrices $[S]$ and $[P]$ are not functions of time.

$$[S][u]_n + [P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_n = 0 \tag{18}$$

$$[S][u]_{n+1} + [P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]_{n+1} = 0 \tag{19}$$

Combining eqs. (17), (18) and (19) we get the final matrix equation

$$\left(\frac{2}{\Delta t}[P] + [S]\right)[u]_{n+1} = \left(\frac{2}{\Delta t}[P] - [S]\right)[u]_n \tag{20}$$

This above equation represents an explicit time scheme which gives the numerical solution of the variable u at the time $t + \Delta t$ as a function of the known vector u at time t. For the first time step we use the initial condition (5). For each time step that follows eq. (20) is solved using any available technique for liniar systems.

3. Numerical solutions

To illustrate this above algorithm let us consider a fluider flow domain discretized into 5 parabolic finite elements of equal length ($L = 0.2$). The connectivity matrix is of the form

Element	Nodes		
	i	j	k
1	1	2	3
2	3	4	5
3	5	6	7
4	7	8	9
5	9	10	11

For a generic finite element e (with nodes i, j, k) the shape functions are the following

$$N_i(y) = \left(1 - \frac{2y}{L}\right)\left(1 - \frac{y}{L}\right)$$

$$N_j(y) = \left(\frac{4y}{L}\right)\left(1 - \frac{y}{L}\right) \tag{21}$$

$$N_k(y) = \left(-\frac{y}{L}\right)\left(1 - \frac{2y}{L}\right)$$

Introducing eqs. (21) into eq. (11) we get the elemental matrix

$$[P] = \begin{bmatrix} 2L/15 & L/15 & -L/30 \\ L/15 & 8L/15 & L/15 \\ -L/30 & L/15 & 2L/15 \end{bmatrix} \tag{22}$$

Taking the shape functions derivatives

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = -\frac{3}{L} + \frac{4y}{L^2}$$

$$\frac{\partial N_j}{\partial y} = -\frac{4}{L} - \frac{8y}{L^2} \tag{23}$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial y} = -\frac{1}{L} + \frac{4y}{L^2}$$

and introducing them into eq. (10) we get the other elemental matrix

$$[S] = \begin{bmatrix} 7/3L & -8/3L & 1/3L \\ -8/3L & 16/3L & -8/3L \\ 1/3L & -8/3L & 7/3L \end{bmatrix} \tag{24}$$

A computer program has been developed to evaluate the elemental matrices and then to assemble them over the entire domain. Numerical solutions have been obtained for $\Delta t = 0.01$ and presented in fig. 1. Results agree very well with analytical and experimental published data [1]. It can be seen that the steady state solutions is reached for $t \to \infty$ [4].

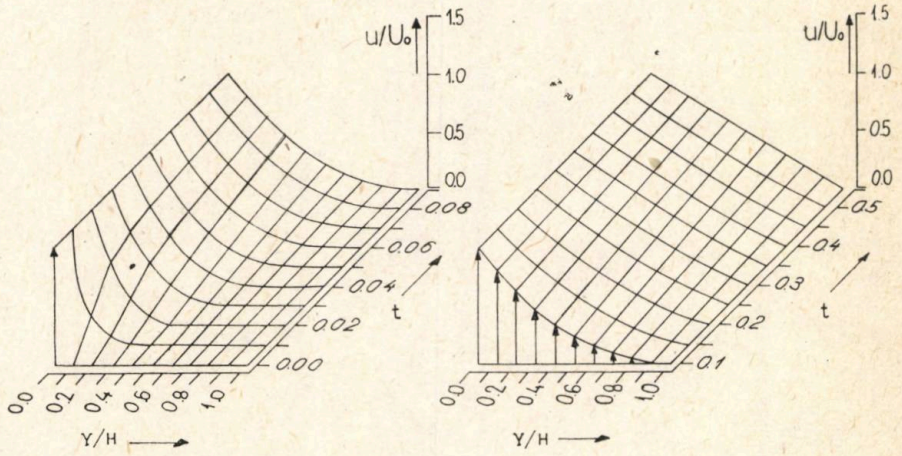


Fig. 1 — Flow formation in Couette motion.

Conclusions

This paper presents a numerical solution procedure for transient parallel flow analysis based on the finite element method. An explicit time scheme is developed for time dependence analysis.

The solution algorithm is illustrated with a test problem using parabolic finite elements. Due to its generality this above method can be used for analysis of other phenomena provided that the governing equation can be cast into the nondimensional form given by eq. (4).

REFERENCES

1. *Schlichting, H.*, „Boundary-Layer Theory", Sixth ed., McGraw-Hill, New-York (1968).
2. *Zienkiewicz, O. C.*, „The finite Element Method", Third ed., McGraw-Hill, London (1977).
3. *Finlayson, B. A.*, „The Method of Weigted Residuals and Variational Principles", Academic Press, New York (1972).
4. *Brătianu, C.*, Buletinul Institutului politehnic București, Seria Electrotehnică, Tomul XL1II, nr. 2, pp. 41—48 (1981).

Soluții numerice pentru mișcarea paralelă tranzitorie a fluidelor

Articolul prezintă o metodă numerică de analiză a mișcării paralele plane tranzitorii a fluidelor, bazată pe calculul cu elemente finite. Ecuațiile de bază ale mișcării paralele sînt puse sub formă adimensională și apoi transformate într-un model cu elemente finite folosind metoda Galerkin. Pentru rezolvarea problemei temporale se propune o schemă explicită obținută prin dezvoltări succesive în serii Taylor.

C.Z.: 539.3
534.11

VIBRAȚIILE ALEATOARE ALE UNUI SISTEM NELINIAR CU ELEMENT ELASTIC CU ÎNTĂRIRE

ELENA MIHĂILESCU *

În lucrare se determină funcția densitate de probabilitate și valoarea medie pătratică a răspunsului unui oscilator neliniar, avînd elementul deformabil cu caracteristică elastică cubică, în regim de vibrații aleatoare.

Se compară caracteristicile mărimii de răspuns pentru sistemul neliniar considerat și un oscilator liniar aflat în aceleași condiții de excitație.

Rezultatele obținute pot fi folosite pentru aprecierea oportunității utilizării elementelor elastice cu întărire în sisteme aflate sub acțiunea forțelor perturbatoare aleatoare.

Răspunsul sistemelor oscilante neliniare, la diverse tipuri de excitație, prezintă o serie de aspecte specifice.

Există astăzi o bogată literatură de specialitate destinată studierii răspunsului oscilatorilor neliniari la excitații deterministe, cuprinzînd metode de rezolvare devenite clasice, prezentate în lucrările cu caracter de monografie ale unor autori consacrați cum sînt: Minorsky, Hayashi, Dinca și Teodosiu ș.a.

În ultimii zece ani, o amploare deosebită au căpătat studiile privind vibrațiile aleatoare ale sistemelor neliniare, domeniu în care și-au adus o contribuție importantă autori cunoscuți, cum sînt: Crandall, Roberts etc.

Metodele analitice de determinare a caracteristicilor mărimii de răspuns al unui oscilator la o excitație aleatoare au la bază aparatul matematic specializat, pus la dispoziție de statistica matematică și teoria probabilităților.

1. Ecuația densității de probabilitate a răspunsului oscilatorului neliniar

Astăzi este unanim menționat, în literatura de specialitate, faptul *că distribuția semnalului de ieșire al unui sistem neliniar este diferită de cea normală* în condițiile în care mărimea de excitație este gaussiană.

* Șef lucrări dr. ing., catedra de Rezistența materialelor.

În cele ce urmează se studiază analitic funcţia densitate de probabilitate şi mărimea deviaţiei standard (valoarea eficace) a răspunsului unui sistem oscilant cu element cu caracteristică cubică la excitaţie aleatoare de tip „zgomot alb", utilizînd ecuaţia Fokker-Plank-Kolmogorov (FPK).

Ecuaţia FPK [1] aproximează, sub formă diferenţială, condiţia analitică de definiţie pentru un proces Markov şi descrie evoluţia în timp a distribuţiei unei funcţii aleatoare. Soluţia acestei ecuaţii este densitatea de probabilitate de tranziţie din starea x_0, la timpul t_0, în starea x la timpul t.

În general ecuaţia FPK acceptă o soluţie staţionară, corespunzătoare unui interval de timp suficient de lung (teoretic infinit) după care nu mai apar modificări în alura şi parametrii funcţiei densitate de probabilitate.

Pentru un ansamblu de n puncte materiale a căror mişcare este descrisă prin sistemul de ecuaţii:

$$\dot{x}_i = u_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \gamma_i f_i(t), \qquad i = 1, 2 \ldots n \tag{1}$$

ecuaţia densităţii de probabilitate multidimensionale în regim staţionar, se scrie [2]:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} [a_i(x_1, x_2 \ldots x_n)\ p(x_1, x_2 \ldots x_n)] - \tag{2}$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [b_{ij}\ p(x_1, x_2 \ldots x_n)] = 0,$$

unde a_i este valoarea medie, iar $\sqrt{b_{ij}}$ dispersia *variaţiei* funcţiei aleatoare $x_i(t)$ în jurul unei valori fixate a acesteia.

Variaţiile $\Delta x_i = x_i(t) - x_i(t_0)$ reprezintă, ca şi x_i, funcţii aleatoare.

Coeficienţii ecuaţiei (2) se determină, pentru procesul definit prin ecuaţia (1), cu ajutorul relaţiilor:

$$a_i(x_1, x_2, \ldots, x_r) = u_i(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{3}$$

$$b_{ij} = 2 \int_0^{\infty} R_{ij}(\tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{4}$$

unde, $R_{ij}(\tau)$ este funcţia de intercorelaţie (autocorelaţie, pentru $i = j$) a funcţiilor aleatoare care definesc excitaţia $\gamma_i f_i(t)$ şi $\gamma_j f_j(t)$.

3. Funcția densitate de probabilitate a unui oscilator cu element deformabil cu caracteristică elastică de formă cubică

Una dintre formele cele mai utilizate pentru elementele elastice, cu întărire, este cea cubică (forța elastică F_e este proporțională cu deformata x la puterea a treia), prezentată în figura 1.

Ecuația de mișcare a oscilatorului luat în studiu este:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x^3 = f(t), \tag{5}$$

unde $f(t)$ este forța perturbatoare aleatoare raportată la masa oscilantă.

Densitatea spectrală de putere a semnalului de excitație, de tip „zgomot alb" este constantă (fig. 2, a):

$$S_{ff}(\omega) = \frac{S_0}{2} \quad \text{pentru} \quad -\infty < \omega < \infty, \tag{6}$$

iar funcția de autocorelație este de forma (fig. 2, b):

$$R_{ff}(\tau) = \pi S_0 \, \delta(\tau) \tag{7}$$

unde, $\delta(\tau)$ reprezintă funcția impuls unitate.

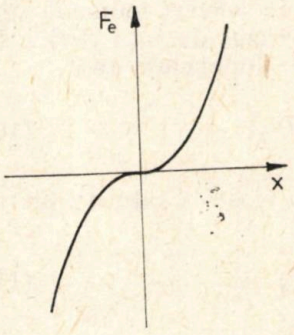
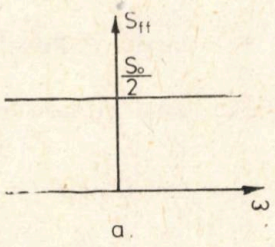


Fig. 1



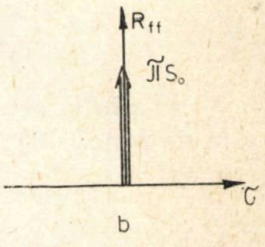


Fig. 2

Utilizînd notațiile din planul fazelor:

$$x_1 = x,$$

$$x_2 = \dot{x},$$

ecuația (5) se scrie sub forma sistemului de ecuații diferențiale:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -(2nx_2 + \omega_0^2 x_1^3) + f(t). \end{cases} \tag{8}$$

Prin identificarea coeficienţilor din sistemele (8) şi (1), aplicînd apoi relaţiile (3), (4) rezultă:

$$a_1(x_1, x_2) = x_2;$$

$$a_2(x_1, x_2) = -(2nx_2 + \omega_0^2 x_1^3);$$

$$b_{11} = b_{12} = 0;$$

$$b_{22} = \pi S_0.$$

Ecuaţia FPK se scrie, în acest caz, sub formă desfăşurată:

$$x_2 \frac{\partial p(x_1, x_2)}{\partial x_1} - (2nx_2 + \omega_0^2 x_1^3) \frac{\partial p(x_1, x_2)}{\partial x_2} - 2n\, p(x_1, x_2) - \tag{9}$$

$$- \frac{1}{2} \pi S_0 \frac{\partial^2 p(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} = 0.$$

La integrarea ecuaţiei de mai sus se vor avea în vedere următoarele:

— o funcţie aleatoare $x(t)$ şi derivata $\dot{x}(t)$, în acelaşi moment sînt mărimi aleatoare necorelate [2], ceea ce pentru cazul de faţă revine la faptul că deplasarea şi viteza sînt mărimi statistic independente:

$$p(x, \dot{x}) = p(x_1, x_2) = p_1(x_1)\, p_2(x_2); \tag{10}$$

— soluţia ecuaţiei (9), în cazul în care forţa elastică este neliniară, este de forma [3]:

$$p(x_1, x_2) = C \exp(-\gamma w), \tag{11}$$

unde, γ şi C sînt constante iar

$$w = \frac{x_2^2}{2} + \int_0^{x_1} \omega_0^2\, x^3\, dx \tag{12}$$

este energia totală (cinetică şi potenţială) a sistemului.

În aceste condiţii, la integrarea ecuaţiei densităţii de probabilitate se acceptă că viteza $x_2(t) = \dot{x}(t)$ are o distribuţie normală:

$$p_2(x_2) = C_2 \exp\left(-\frac{x_2^2}{2\sigma_{x_2}^2}\right) \tag{13}$$

unde, C_2 este o constantă de integrare care se determină din condiția

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_2(x_2)\, \mathrm{d}x_2 = 1 \tag{14}$$

iar σ_{x_2} este deviația standard (valoarea eficace) a vitezei de deplasare.

Introducînd expresia (13) în (9) se obține:

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{\pi S_0}{4n} \tag{15}$$

și efectuînd integrala (14) se calculează

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_{x_2}}. \tag{16}$$

Se revine în ecuația (9); ținînd cont de (10) și de expresia funcției densitate de probabilitate a vitezei (13), cu constantele determinate conform relațiilor (15) și (16), se obține o ecuație diferențială ordinară în $p_1(x_1)$, avînd soluția:

$$p_1(x_1) = C_1 \exp\left(-\frac{4n\omega_0^2}{\pi S_0}\frac{x_1^4}{4}\right). \tag{17}$$

Pentru determinarea constantei C_1 se efectuează integrala:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_1(x_1)\, \mathrm{d}x_1 = 1,$$

adică

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C_1 \exp\left(-\frac{4n\ \omega_0^2}{\pi S_0}\frac{x_1^4}{4}\right) \mathrm{d}x_1 = 1. \tag{18}$$

Făcînd substituțiile:

$$v = \sqrt[4]{\frac{n\ \omega_0^2}{\pi\ S_0}}\, x_1 \quad \text{și} \quad t = v^4 \tag{19}$$

se ajunge la o formă cunoscută a funcției factoriale

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} t^{y-1}\, e^{-t}\, \mathrm{d}t,$$

tabelată pentru valorile parametrului y.

Se obține astfel expresia constantei C_1 din integrala (18), sub forma :

$$C_1 = \frac{1}{2\Gamma(1{,}25)\sqrt[4]{\frac{\pi S_0}{n\,\omega_0^2}}} \cdot \tag{20}$$

Funcția densitate de probabilitate a amplitudinii deplasării masei oscilante, într-un sistem cu element elastic cu caracteristică cubică este :

$$\boxed{p_1(x_1) = \frac{1}{2\Gamma(1{,}25)\sqrt[4]{\frac{\pi S_0}{n\,\omega_0^2}}} \exp\left(-\frac{n\,\omega_0^2}{\pi S_0} x_1^4\right)} \cdot \tag{21}$$

4. Valoare medie pătratică a răspunsului oscilatorului neliniar

Pentru determinarea valorii medii pătratice a deplasării $\overline{x_1^2}$ trebuie efectuată integrala :

$$\overline{x_1^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^2 p_1(x_1)\,\mathrm{d}x_1 = 2\int_0^{\infty} x_1^2 p_1(x_1)\,\mathrm{d}x_1. \tag{22}$$

Introducînd expresia (21) în (30) și scoțînd, de sub integrală, factorul constant se scrie :

$$\overline{x_1^2} = 2\,\frac{1}{2\Gamma(1{,}25)\sqrt[4]{\frac{\pi S_0}{n\,\omega_0^2}}} \int_0^{\infty} x_1^2 \exp\left(-\frac{n\,\omega_0^2}{\pi S_0} x_1^4\right)\mathrm{d}x_1. \tag{23}$$

Se face din nou apel la substituțiile (19) și după efectuarea calculelor se obține :

$$\overline{x_1^2} = \frac{\Gamma(1{,}75)}{3\Gamma(1{,}25)}\sqrt{\frac{\pi S_0}{n\,\omega_0^2}}. \tag{24}$$

După înlocuirea valorilor funcției $\Gamma(y)$ și efectuarea operațiilor aritmetice se scrie expresia valorii medii pătratice a amplitudinii deplasării :

$$\overline{x_1^2} = 0{,}3380\sqrt{\frac{\pi S_0}{n\,\omega_0^2}}. \tag{25}$$

Dat fiind faptul că funcția aleatoare $x_1(t)$ este o valoare medie nulă, rezultă egalitatea

$$\overline{x_1^2} = \sigma_{x_1}^2 = 0{,}3380 \sqrt{\frac{\pi S_0}{n \omega_0^2}} \tag{26}$$

unde σ_{x_1} este deviația standard (valoarea eficace) a deplasării masei oscilante.

Relația (21) devine :

$$p_1(x_1) = \frac{1}{3{,}1182 \sigma_{x_1}} \exp\left(-\frac{x_1^4}{8{,}7537 \sigma_{x_1}^4}\right). \tag{27}$$

5. Influența caracteristicii elastice cubice asupra comportării sistemului oscilant la vibrații aleatoare

Se consideră un oscilator liniar a cărui ecuație de mișcare, în regim aleator, se scrie :

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t). \tag{28}$$

Pentru stabilirea influenței neliniarității se compară două caracteristici ale răspunsului sistemului liniar și neliniar, avînd ecuațiile de mișcare (1), respectiv (28) și anume :

— valoarea medie pătratică a deplasării (σ_{x_1} pentru sistemul neliniar și σ pentru sistemul liniar) ;

— funcția densitate de probabilitate ($p_1(x_1)$ pentru sistemul neliniar și $p_1^*(x_1)$ pentru sistemul liniar).

Trebuie precizat că pentru facilitarea comparației se consideră ω_0^2 din ecuațiile (1) și (28) avînd aceeași valoare numerică, deși evident unitățile de măsură diferă, astfel încît fiecare ecuație să fie omogenă.

Funcția densitate de probabilitate a răspunsului unui sistem liniar la excitație aleatoare este [2] :

$$p_1^*(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}\right), \tag{29}$$

unde,

$$\sigma^2 = \frac{\pi S_0}{4n \omega_0^2} \tag{30}$$

și

$$x_1(t) = x(t).$$

Se notează :

$$K_1 = \sqrt{\frac{\pi S_0}{n \omega_0^2}}, \tag{31}$$

un parametru care cuprinde informaţii referitoare la sistemul oscilant şi la excitaţie, obţinîndu-se din relaţia (30) :

$$\sigma = 0{,}5 \quad K_1 \tag{32}$$

şi din relaţia (26) expresia deviaţiei standard a amplitudinii sistemului neliniar :

$$\sigma_{x_1} = 0{,}581 \sqrt{K_1} \tag{33}$$

În figura 3 se reprezintă grafic variaţiile lui σ şi σ_{x_1} în funcţie de K_1

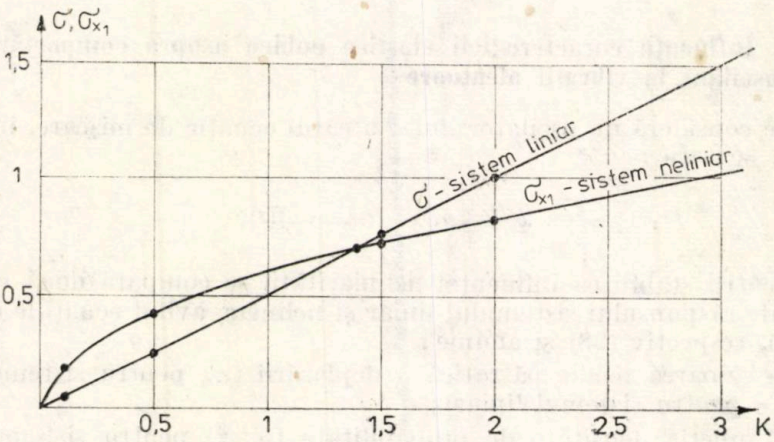


Fig. 3

Se constată că pentru valori mici ale parametrului K_1 se obţine $\sigma < \sigma_{x_1}$, iar pentru $K_1 > 1{,}532$ inegalitatea se inversează, devenind $\sigma_{x_1} < \sigma$.

Rezultă de aici o cale practică de apreciere a oportunităţii utilizării în sistemele mecanice a elementelor elastice liniare sau neliniare :

— pentru $K_1 \leqslant 1{,}352$ sînt de preferat sistemele liniare;

— pentru $K_1 > 1{,}352$ se recomandă înlocuirea elementelor elastice liniare cu arcuri cu caracteristică elastică cubică, obţinîndu-se reduceri importante ale valorii medii pătratice a deplasării masei oscilante.

Pentru a avea o imagine asupra formei curbei densităţii de probabilitate a răspunsului sistemului neliniar comparativ cu cea obţinută pentru sistemul liniar se transformă relaţiile (27) şi (29) după cum se arată mai jos :

$$p_1(x_1)\ \sigma_{x_1} = \frac{1}{3{,}1182} \exp\left(-\frac{x_r^4}{8{,}7537}\right) \tag{34}$$

și

$$p_1^*(x_1)\,\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x_r^2}{2}\right), \tag{35}$$

unde prin x_r s-a notat raportul între amplitudine și abaterea medie pătratică (σ_{x_1} în relația (34) și σ în relația (35)).

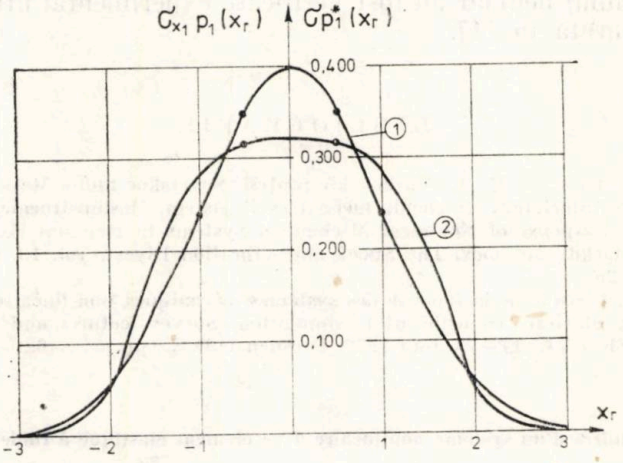


Fig. 4

Reprezentarea grafică a relațiilor (34) și (35) în funcție de amplitudinea redusă x_r este dată în figura 4. În tabelul 1 sînt înscrise cîteva valori, care au servit la construirea celor două grafice.

Tabelul 1

Amplitudinea redusă,	$p_1^*(x_1)\,\sigma$	$p_1(x_1)\sigma_{x_1}$
0,0	0,399	0,321
0,1	0,397	0,321
0,5	0,352	0,319
1,0	0,242	0,286
2,0	0,054	0,052
3,0	0,004	0,00003

Curba 1 corespunde produsului între densitatea de probabilitate și abaterea medie pătratică pentru sistemul liniar, iar curba 2 pentru sistemul neliniar.

În cazul sistemului neliniar se constată o aplatisare a curbei în origine și o scădere mai accentuată a valorilor produsului reprezentat pentru amplitudini reduse mai mari de 2,0.

Deosebirile între cele două curbe sînt mici, pentru precizia realizabilă astăzi în calculele inginerești, încît într-o primă aproximație, se

poate considera că distribuția de probabilitate în cazul sistemelor cu element elastic cu caracteristică cubică este apropiată de cea normală — deosebiri substanțiale pot apare în ce privește valoarea medie pătratică a amplitudinii, așa cum rezultă din figura 3, pentru valori mari ale parametrului K_1.

*

Rezultatele obținute analitic pentru funcția densitate de probabilitate a sistemului neliniar au fost verificate experimental utilizînd metodologia prezentată în [4].

BIBLIOGRAFIE

1. *Tihonov, V. I., Mironov, M. A.*, Markovskie proțesi, Sovetskoe radio, Moskva, 1977.
2. *Svetlițkii, V. A.*, Sluciainiie colebania mehaniceskih sistem, Mașinostroenie, Moskva, 1976.
3. *Roberts, J. B.*, Response of Nonlinear Mechanical Systems to Random Excitation, Part I — Markov Methods, The Shock and Vibration Digest, vol. 13, nr. 4, 1981, pp. 17—28.
4. *Mihăilescu, E.*, L'étude de la réponse des systèmes mécaniques non linéaires excités en régime aléatoire en utilisant la simulation, Survey lectures and Supplements — IMEKO VI, 17—23 Juni 1973, Dresden D.D.R., pp. 54...62.

Vibrations aléatoires d'un système nonlinéaire avec élément élastique á raideur croissante

Dans ce travail on détermine la fonction densité de probabilité et la valeur moyenne quadratique de la réponse d'un oscillateur nonlinéaire ayant l'élément déformable avec caractéristique élastique cubique, en régime de vibrations aléatoires.

On compare les caractéristiques de la réponse pour le système nonlinéaire considéré et un oscillateur linéaire se trouvant dans les mêmes conditions d'excitation.

Les résultats obtenus peuvent être employés pour apprécier l'opportunité de l'utilisation des éléments élastiques à raideur croissante dans les systèmes qui se trouvent sous l'action des forces aléatoires.

C.Z. : 620.179,16
534,64

POSIBILITĂȚI DE RECONDIȚIONARE A CONCENTRATOARELOR DE ENERGIE ULTRASONORĂ

GH. AMZA, V. POPOVICI, I. ROȘCA *

În general, concentratoarele de energie ultrasonoră se confecționează din materiale scumpe (cele mai des utilizate sînt aliajele de titan) și foarte greu de obținut, de aceea se pune problema măririi duratei de funcționare cu respectarea acelorași parametri de lucru și în condițiile unui randament optim de transfer a energiei ultrasonore în focarul de prelucrare.

Pornindu-se de la modificările cîmpului acustic în cazul uzării părții active a concentratoarelor se dau soluții pentru utilizarea elementelor compensatoare și pentru determinarea dimensiunilor acestor elemente compensatoare astfel încît ciclul de funcționare să se mărească de 6...10 ori.

În timpul oricărui proces de prelucrare cu ajutorul energiei ultrasonore, fie datorită schemei tehnologice folosite, fie datorită condițiilor de lucru, are loc o uzură destul de rapidă a părții active a concentratorului de energie ultrasonoră. Această modificare dimensională a concentratorului-sculă este în funcție de natura materialului utilizat la confecționarea lui, de natura materialului de prelucrat și de condițiile în care lucrează concentratorul.

Deoarece, în general, concentratoarele de energie ultrasonoră se confecționează din materiale scumpe și foarte greu de obținut (cele mai des utilizate sînt aliajele de titan) s-a pus problema măririi duratei de funcționare cu respectarea acelorași parametri de lucru, în condițiile unui randament maxim de transfer al energiei ultrasonore în focarul prelucrării.

Pornind de la necesitățile practice ale unei întreprinderi care execută fermoare din fibră poliester și care are probleme deosebite mai ales la ultima operație — calibrare cu ultrasunete a lanțului spiral — operație ce conduce la o uzură rapidă (după aproximativ 40...100 ore de funcționare), problema s-a abordat în două direcții :

— confecționarea unor concentratoare de energie ultrasonoră din materiale indigene (oțeluri carbon de calitate) care să lucreze în aceleași

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologia materialelor ; Ing., IMUA București ; Șef lucrări dr. ing., catedra Mecanică.

condiţii, cu o durată de funcţionare mai mică, dar care sînt mult mai ieftine;

— utilizarea la maximum a concentratoarelor de energie ultrasonoră confecţionate din aliaje de titan (Ti A 16 V4), mărind ciclul de funcţionare de la 40 ... 100 ore la 400 ... 600 ore.

Prima problemă necesită punerea la punct a unei metodici de calcul, construcţie şi execuţie a unor concentratoare combinate folosite la acest gen de prelucrare. Determinarea parametrilor necesari în proiectarea concentratorului s-a făcut pornind de la ecuaţia de propagare a undelor longitudinale plane în bara de secţiune variabilă:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + C^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} (\ln S_x) - C^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

Deoarece în majoritatea cazurilor calculele sînt foarte complicate, durează forate mult şi necesită punerea de condiţii la limită care nu totdeauna reflectă starea reală, au fost întocmite nomograme care permit o determinare rapidă a principalilor parametri necesari în proiectarea concentratorului.

Parametrii cunoscuţi, care sînt în funcţie de natura prelucrării şi tipul sistemului de oscilaţie sînt: diametrul final D_x, diametrul iniţial D_0 (fig. 1), factorul de amplificare N.

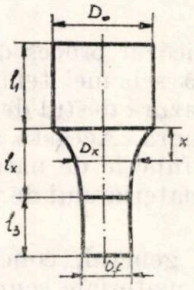


Fig. 1 — Concentrator combinat

Din nomograma prezentată în fig. 2, la o valoare calculată a lui N_r se determină valorile coeficienţilor n_1 şi n_2 după curbele de variaţie $N_r = f(n_1)$ şi $N_r = f(n_2)$. Cu valorile găsite se determină lungimile l_1, l_x şi l_3 folosind nomograma din fig. 3. Diametrul D_x al secţiunii porţiunii intermediare se determină cu ajutorul ecuaţiei:

$$D_x = D_1 e^{-\beta x} \qquad (2)$$

în care $\beta = \ln N/l_x$ este coeficientul de variaţie a secţiunii exponenţiale.

Ecuaţia (2) este transpusă în nomograma din figura 4. Problema utilizării la maximum a concentratoarelor de energie ultrasonoră confecţionate din aliaje de titan s-a rezolvat pornind de la modificarea cîmpului acustic în concentrator datorită modificării dimensiunilor acestuia (fig. 5).

Datorită uzurii părții active cu lungimea ΔL, amplitudinea vitezei particulei a_0 scade foarte mult pe măsură ce lungimea concentratorului ajunge L', ajungînd la valoarea a_r, destul de mică pentru ca la un moment dat procesul de prelucrare să fie compromis.

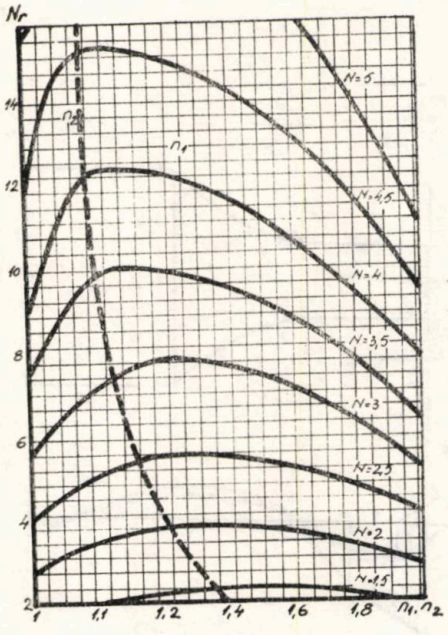


Fig. 2 — Variația factorului N_r în funcție de n_1, n_2 și n_x, cînd $n_x = 0$.

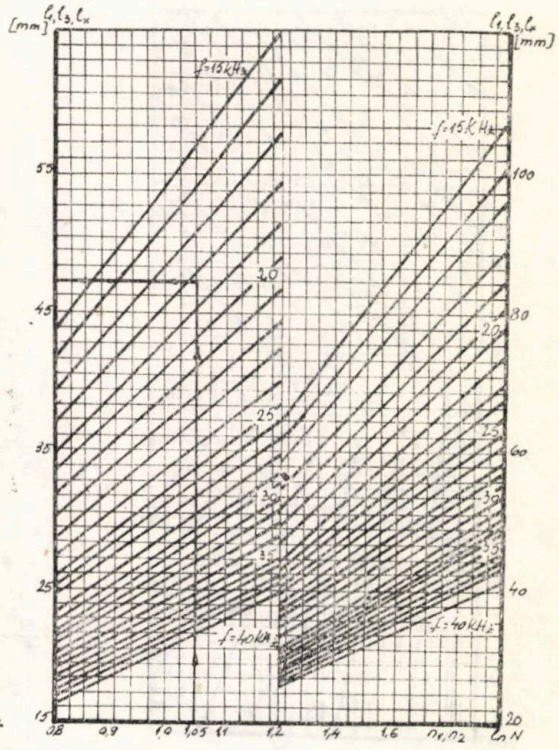


Fig. 3. — Nomogramă pentru determinarea lungimilor l_1, l_3 și l_x pentru concentratoare din OCL 45 ($c = 5{,}17 \cdot 10^6$ mm/s).

Pentru a determina dimensiunile elementului de compensare, a fost necesară studierea cîmpului acustic și determinarea în principal a factorilor de transmisie acustică și a factorilor de reflexie acustică, deoarece apar noi plane de separație și elemente cu impedanțe acustice diferite.

Au fost analizate două cazuri distincte : reflexia și refracția undelor plane sub incidență normală (fig. 6, a) și reflexia și refracția undelor plane sub incidență oblică (fig. 6, b).

Bazîndu-ne pe legea continuității presiunii și a vitezei se obține, pentru factorul de transmisie T, relația :

$$T = \frac{2\rho_2 C_2}{\rho_2 C_2 + \rho_1 C_1} \qquad (3)$$

şi pentru factorul de reflexie R, relaţia :

$$R = \frac{\rho_2 C_2 - \rho_1 C_1}{\rho_2 C_2 + \rho_1 C_1} . \tag{4}$$

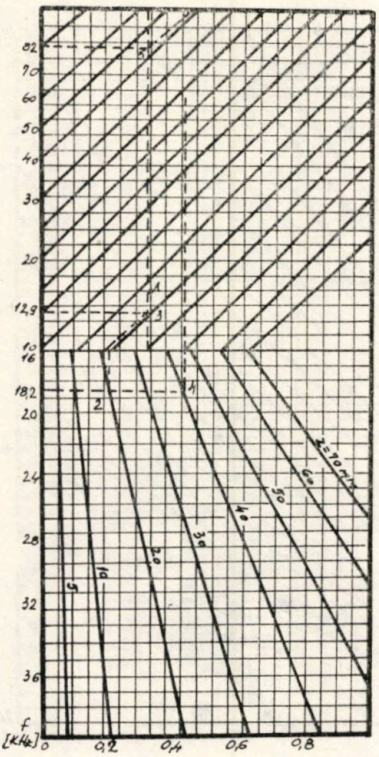


Fig. 4. — Nomogramă pentru determinarea diametrului D_x

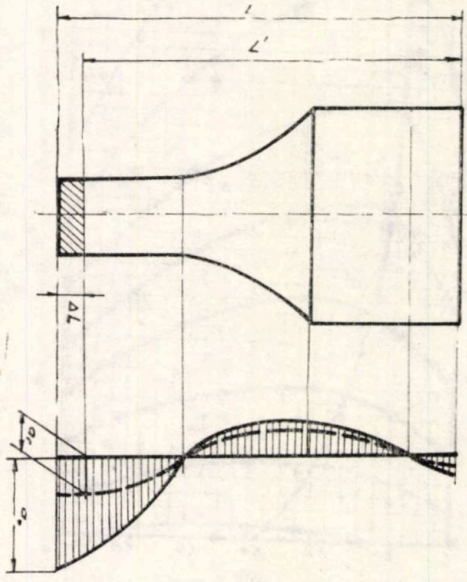


Fig. 5 — Modificarea amplitudinii particulei la partea activă a concentratorului, în funcţie de modificarea lungimii concentratorului.

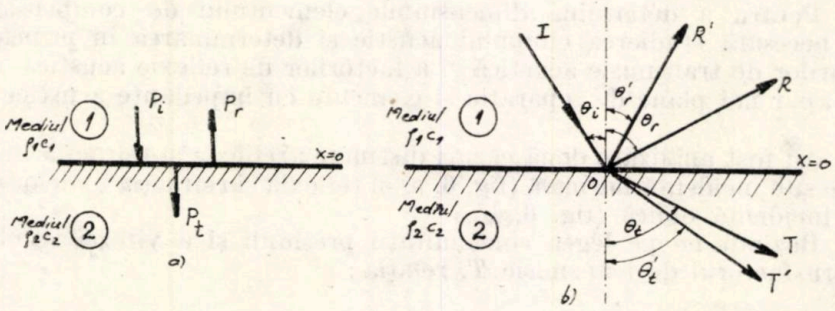


Fig. 6 — Reflexia şi refracţia undelor plane :
a) — sub incidenţa normală ;
b) — sub incidenţa oblică.

Pornind de la relațiile (3) și (4) și generalizînd pentru cazul a „n" plane de separație, se obțin relațiile:

$$R = \frac{P_{rn}}{P_{t\,n-1}} = \frac{\rho_n \cdot C_n - \rho_{n-1} C_{n-1}}{\rho_n \cdot C_n + \rho_{n-1} C_{n-1}} \cdot \frac{\sin^2(\omega t - k_{n-1} l)}{\sin(\omega t + k_{n-1} l) \sin(\omega t - k_{n-2} l)}, \tag{5}$$

$$T = \frac{P_{tn}}{P_{t\,n-1}} = \frac{2\rho_n \cdot C_n}{\rho_n C_n + \rho_{n-1} C_{n-1}} \cdot \frac{\sin^2(\omega t - k_{n-1} l)}{\sin(\omega t - k_n l) \sin(\omega t - k_{n-1} l)} \tag{6}$$

În mod analog se procedează și în cazul undelor sub incidență oblică, unde pentru două medii aflate în contact se determină factorul de transmisie acustică T, cu relația:

$$T = \frac{P_t + p'_t}{p_i} = \frac{2\rho_2 C_2}{\rho_1 C_1 + \rho_2 C_2}, \tag{7}$$

Generalizînd, pentru n plane de separație, se obține pentru T, o expresie de forma:

$$T_n = \frac{2^n(\rho_{n+1} \cdot C_{n+1})}{\rho_1 \cdot C_1 \prod_{k=1}^{n} (\rho_k C_k + \rho_{k+1} C_{k+1})}. \tag{8}$$

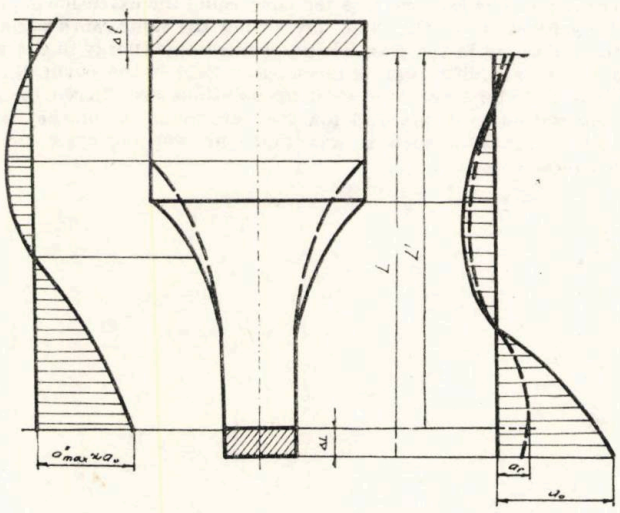


Fig. 7 — Influența materialului de compensație asupra amplitudinii reale a particulei la vîrful concentratorului

Punînd condiţia ca factorul de transmisie să fie maxim, se pot determina forma şi dimensiunile materialului de compensaţie, precum şi numărul de recondiţionări posibil pentru care concentratorul va lucra cu un randament acceptabil. Adăugarea materialului de compensaţie de grosime Δl şi impedanţă acustică $\rho_1 C_1$, precum şi profilarea corespunzătoare a părţii intermediare a concentratorului (fig. 7), vor face ca la partea activă concentratorul să vibreze cu o amplitudine $a''_{max} \approx a_0$.

Problema se poate rezolva mult mai uşor întocmindu-se un program pe calculator care să permită nu numai determinarea numărului de recondiţionări şi dimensiunile materialelor de compensaţie, ci şi impedanţele acustice optime ce trebuie combinate pentru a obţine un factor de transmisie maxim.

BIBLIOGRAFIE

1. *Amza Gh.*, Contribuţii la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmp ultrasonor, Teză de doctorat, Bucureşti, 1978.
2. *Amza, Gh., Drimer, D.* Cercetări privind influenţa ultrasunetelor asupra rezistenţei la oboseală a produselor prelucrate prin deformare plastică a stratului superficial în cîmp ultrasonor, Fiabilitatea în Construcţia de Maşini, Iaşi, 31 oct. — 2 nov. 78.
3. *Bădărău, E., Grumăzescu M.*, Ultracustica fizică şi tehnică, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1967.
4. *Seberdenko, V. P., Klubocici V. V.*, Obrabotka metallov davlenie s ultrazvukom. Izdatelistvo, Nauka u Tehnika, Minsk, 1973.

Posibilities for the Reconditioning of Ultrasonic Energy Collectors

Generally ultrasonic energy collectors are manufactured from expensive materials (those most frequently utilised are Titanium alloys) and they are very difficult to be found. The problem is posed concerning the extension of the length of time that they function all the time preserving the same work parameters and have optimal efficiency in the transferring of ultrasonic energy to the work-place.

Starting with modifications of the acoustic field in the event that the active parts of the collector have been used up solutions are offered for the utilisation of compensation elements and for the determination of the size of these compensating elements in such a way that the working cycle increases from six to ten times.

C.Z.: 621.95

DETERMINAREA ANALITICĂ A SISTEMULUI DE FORȚE LA PRELUCRAREA ALEZAJELOR LUNGI

C. MINCIU, T. AURITE, A. G. DAVID *

În lucrare este prezentată metoda analitică de determinare a sistemului de forțe care solicită partea activă a burghielor pentru prelucrarea alezajelor lungi. Determinarea sistemului de forțe se face pentru cele două forme constructive : burghie monotăiș și burghie cu tăiș fragmentat.

În construcția de mașini, se întîlnește frecvent prelucrarea prin burghiere a alezajelor la care raportul dintre lungime și diametru este mai mare ca 5, alezaje numite lungi sau adînci. Prelucrarea lor reclamă rezolvarea următoarelor probleme : păstrarea direcției axei teoretice a găurii de prelucrat, reducerea eforturilor de așchiere (torsiune și compresiune) deoarece burghiul are un coeficient de svelteță foarte mare, răcirea părții active a burghiului puternic solicitată termic, evacuarea așchiilor degajate în timpul așchierii. Dacă pentru ultimele trei probleme există rezolvări tehnice și tehnologice (răcirea și evacuarea forțată a așchiilor, alegerea corespunzătoare a parametrilor regimului de așchiere), pentru soluționarea celei dintîi, se impune cunoașterea sistemului de forțe ce acționează asupra burghiului. În felul acesta se pot stabili și îndepărta toate cauzele care duc la neechilibrarea radială a burghiului.

În lucrare se prezintă determinarea analitică a sistemului de forțe ce acționează asupra sculei așchietoare, pentru ambele construcții de burghie : monotăiș și cu mai multe tăișuri.

1. **Burghiul monotăiș** este încărcat sub acțiunea forțelor de așchiere și de frecare după schema din fig. 1a.

Datorate reacțiunilor N_1 și N_2, uniform distribuite pe cele două praguri de ghidare, apar forțele de frecare F_{f1} și F_{f2}.

Dacă sarcina de reacțiune uniform distribuită pe cele două praguri de ghidare este q_1, respectiv q_2 pentru o lungime l a pragului și un coefi-

* Conf. dr. ing., Șef lucrări dr. ing., catedra Mașini unelte și scule ; Student.

cient de frecare μ între acesta și suprafața găurii prelucrate, rezultă :

$$N_1 = q_1 l; \quad N_2 = q_2 l; \quad F_{f1} = \mu q_1 l; \quad F_{f2} = \mu q_2 l, \tag{1}$$

cu punct de aplicație concentrat la distanța $l/2$ (fig. 1a).

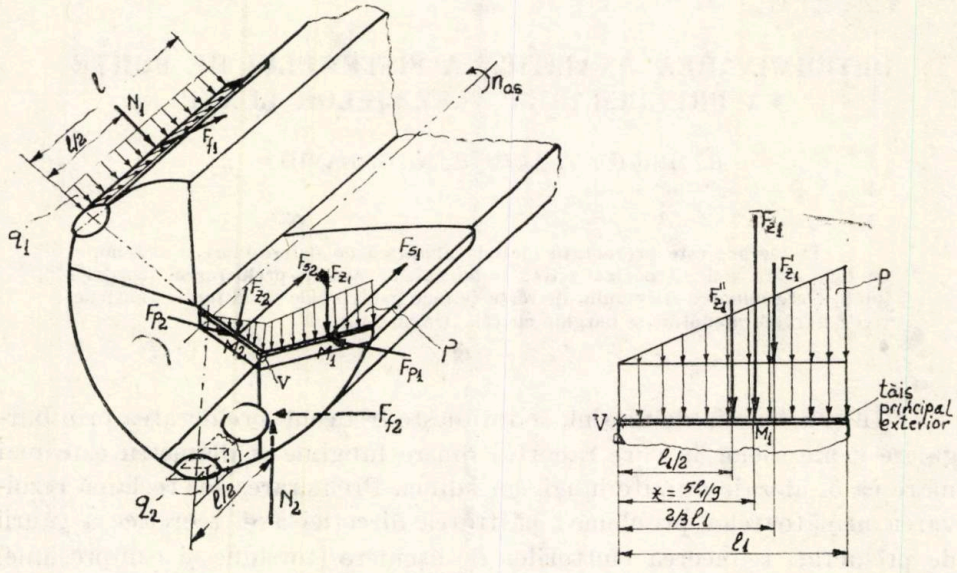


Fig. 1

Forțele principale de așchiere F_{z1} și F_{z2}, rezultă din încărcarea unor sarcini cu distribuție trapezoidală, respectiv triunghiulară (fig. 1a). Considerînd sarcina unitară maximă de valoare p, forța F_{z2} corespunzătoare tăișului principal interior de lungime l_2, va fi : $F_{z2} = 0{,}5\ pl_2$, cu punctul de aplicație M_2 la 1/3 de vîrful V al tăișului principal. Forța principală de așchiere F_{z1}, corespunzătoare tăișului principal exterior (fig. 1 b), va avea mărimea $F_{z2} = 1{,}5\ pl_1$, avînd punctul de aplicație M_1 la distanța $5l_1/9$ față de vîrful V al burghiului.

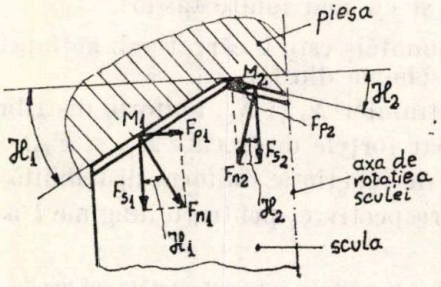


Fig. 2

Forțele de avans F_{s1} și F_{s2}, corespunzătoare celor două tăișuri principale, se descompun în componentele normale pe muchie F_{n1} și F_{n2}, respectiv cele radiale (sau pasive) F_{p1} și F_{p2} (fig. 2). Rezultanta celor două forțe pasive, îndreptată pe direcția radială, are ca efect devierea sculei, solicitarea pragurilor de ghidare, uzura prematură a colțului exterior al tăișului princial. Se recomandă ca această rezultantă să fie minim posibilă și îndreptată către axa burghiului.

Considerîndu-se cunoscute elementele constructive ale părții active a burghiului: unghiurile de atac $\varkappa$, poziția pragurilor β, lungimile tăișurilor l, diametrul $D = 2R$ al burghiului, ținînd seama de poziția relativă a forțelor ce solicită burghiul, reprezentată în fig. 3., se pot scrie următoarele ecuații de echilibru în sistemul de referință ales:

$$\begin{cases} -N_2(\sin\beta_2 + \mu\cos\beta_2) + N_1(\cos\beta_1 + \mu\sin\beta_1) - F_{p_1} + F_{p_2} = 0 \\ N_2(\cos\beta_2 - \mu\sin\beta_2) - N_1(\sin\beta_1 - \mu\cos\beta_1) - F_{z_1} - F_{z_2} = 0 \\ \mu N_1 R + \mu N_2 R + F_{z_1}\left(\frac{5}{9}l_1\cos\varkappa_1 + l_2\cos\varkappa_2\right) + \left(\frac{2}{3}l_2\cos\varkappa_2\right)F_{z_2} = M_a \end{cases} \tag{2}$$

Momentul rezultant al forțelor rezistente trebuie să fie egal cu momentul de așchiere, mărime cunoscută și calculată anterior.

Ținînd seama de poziția relativă a forțelor rezistente (fig. 1 și fig 2), se pot stabili următoarele relații de legătură:

$$F_{p_1} = F_{s_1}\operatorname{tg}\varkappa_1; \quad F_{p_2} = F_{s_2}\operatorname{tg}\varkappa_2; \quad F_{s_1}l_2 = 3l_1F_{z_2};$$
$$F_{s_1}l_2 = F_{s_2}l_1; \quad N_1\cos\beta_1 = N_2\sin\beta_2 \tag{3}$$

care introduse în sistemul (2), conduc la următorul sistem de ecuații de echilibru:

$$\begin{cases} dN_1 - cN_2 + F_{s_1} + F_{z_2} = 0 \\ N_1 + N_2 + mF_{z_1} + tF_{z_2} = \dfrac{M_{as}}{\mu R} \\ bN_1 - aN_2 - F_{s_1}\operatorname{tg}\varkappa_1 + F_{s_2}\operatorname{tg}\varkappa_2 = 0 \\ F_{z_1} = k_1F_{z_2}; \\ F_{s_1} = k_2F_{s_2} \\ N_1 = uN_2 \end{cases} \tag{4}$$

în care, pentru simplificare s-au făcut următoarele notații:

$$a = \sin \beta_2 + \mu \cos \beta_2; \qquad t = \frac{2l_2}{2\mu R} \cos \varkappa_2;$$

$$b = \cos \beta_1 + \mu \sin \beta_1; \qquad u = \frac{\sin \beta_2}{\cos \beta_1};$$

$$c = \cos \beta_2 - \mu \sin \beta_2; \qquad k_1 = \frac{3l_1}{l_2}; \tag{5}$$

$$d = \sin \beta_1 - \mu \cos \beta_1; \qquad k_2 = \frac{l_1}{l_2}.$$

$$m = \frac{1}{\mu R}\left(\frac{5l_1}{9} \cos \varkappa_1 + l_2 \cos \varkappa_2\right);$$

Rezolvarea acestui sistem de ecuații conduce la determinarea tuturor forțelor căutate:

$$F_{z_2} = \frac{(c - ud)\, M_{as}}{\mu R\,[(1 + K_1)(1 + u) + (t + mk_1)(c - ud)]}; \qquad F_{z_1} = k_1 F_{z_2}$$

$$N_2 = \frac{(1 + k_1)\, M_{as}}{\mu R\,[(1 + k_1)(1 + u) + (t + mk)(c - ud)]}; \qquad N_1 = uN_2 \tag{6}$$

$$F_{s_1} = \frac{N_1 b - N_2 a}{\operatorname{tg} \varkappa_1 - \dfrac{\operatorname{tg} \varkappa_2}{k_2}}; \qquad F_{s_2} = \frac{1}{k_2} F_{s_1}$$

$$F_{p_1} = F_{s_1} \operatorname{tg} \varkappa_1; \qquad F_{p_2} = F_{s_2} \operatorname{tg} \varkappa_2$$

2. **Burghiul cu mai multe tăișuri** este folosit la prelucrarea din plin a alezajelor lungi cu diametru mai mare de 20 mm. Partea sa activă este formată dintr-un tăiș diametral fragmentat, fragmente (plăcuțe așchietoare) executate din amestecuri de carburi metalice dispuse de ambele părți ale axei și denumite tăișuri principale individuale.

Natura cît și modul de apariție a forțelor de așchiere, de frecare și pasive, sînt aceleași ca și în cazul burghiului monotăiș, iar dispunerea lor spațială este reprezentată în fig. 4.

Cu indicele i vor fi notate elementele tăișurilor individuale situate la stînga axei și cu j cele corespunzătoare tăișurilor situate la dreapta axei (fig. 4).

Considerînd cunoscute elementele geometrice ale părții active a burghiului : lungimile tăișurilor, unghiurile de atac $\varkappa$, unghiurile de poziție ale pragurilor de ghidare β, pe baza schemei din fig. 4 se poate scrie

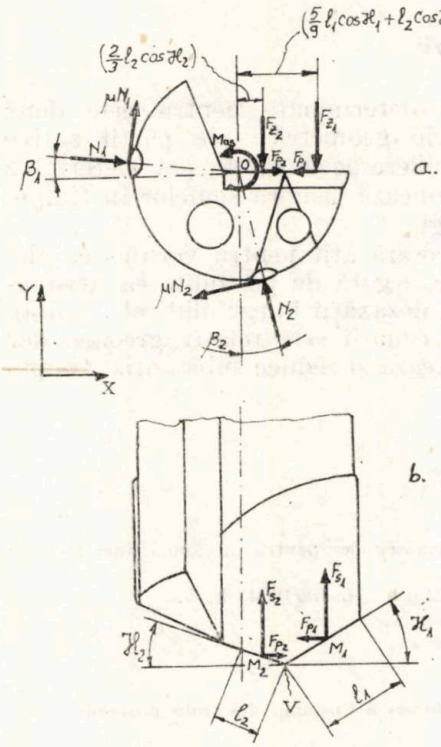


Fig. 3

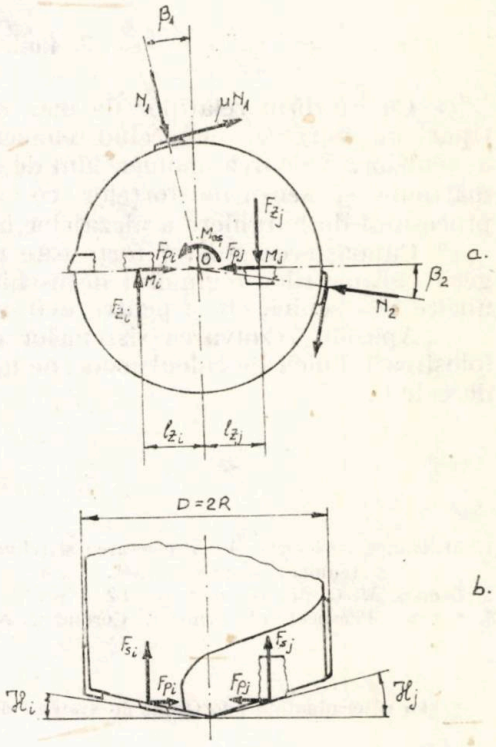


Fig. 4

sistemul ecuațiilor de echilibru sub forma de mai jos :

$$\begin{cases} \mu N_1 \sin\beta_1 - N_1 \cos\beta + N_2 \sin\beta_2 - \mu N_2 \cos\beta_2 + \sum_1^m F_{zi} - \sum_1^n F_{zj} = 0 \\ \mu N_1 \cos\beta_1 + N_1 \sin\beta_1 - N_2 \cos\beta_2 - \mu N_2 \sin\beta_2 + \sum_1^m F_{pi} - \sum_1^n F_{pj} = 0 \\ \mu N_1 R + \mu N_2 R + \sum_1^m F_{zi} l_{zi} - F_{zj} l_{zj} = M_{as} \end{cases} \tag{7}$$

precum și relațiile de legătură :

$$\begin{gathered} F_{pi} = F_{si} \operatorname{tg} \varkappa_i ; \quad F_{pj} = F_{sj} \operatorname{tg} \varkappa_j ; \quad F_{si} l_j = F_{sj} l_i ; \\ F_{zi} l_{zj} = F_{zi} l_{zi} ; \quad N_1 \cos\beta_1 = N_2 \sin\beta_2 \end{gathered} \tag{8}$$

În relațiile (7) și (8), mărimile m și n, corespund numărului de plăcuțe i respectiv j.

Cu ajutorul relațiilor de mai sus, pot fi determinate forțele ce acționează asupra fiecărei plăcuțe așchietoare, asupra sculei în ansamblu.

3. Concluzii

Cu ajutorul relațiilor de mai sus determinate pentru cele două tipuri de burghie, cunoscînd elementele geometrice ale părții active a sculelor, valoarea momentului de așchiere necesar, se pot determina mărimile și sensurile forțelor ce acționează asupra sculelor în timpul procesului de burghiere a alezajelor lungi.

Cunoașterea acestor forțe este necesară atît pentru verificarea alegerii parametrilor regimului de așchiere, legată de posibilitatea mașinii-unelte și a sculei, cît și pentru evitarea dezaxării burghiului (alezajului).

Aparent rezolvarea sistemelor de ecuații este relativ greoaie, dar folosirea tehnicii de calcul moderne ușurează și reduce substanțial timpul de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. *Minciu, C., Matache, V.*, Proiectarea și tehnologia sculelor pentru mecanică fină, Editura tehnică, București, 1981.
2. *Osman, M. O. M., Greuner, B.*, TZ f. prakt. Metallbearb. 68(1974) h, 5.
3. * * * : Prospecte ale firmelor : Coromant, Nagel, SI .

La détermination analytique du système des forces à l'usinage des trous profonds

On présente la méthode analytique pour déterminer le système des forces qui sollicite les forets à l'usinage des trous profonds. On fait la détermination des forces pour les deux formes constructives foret „à une lèvre" et foret „à lèvre fragmentée".

C.Z.: 621.2
621.65/.68
621.165

UTILIZAREA PROFILELOR JAPONEZE PENTRU PROIECTAREA PALELOR DE TURBINE, POMPE ȘI ELICI

GH. ZIDARU, V. TCACENCO *

Profilele japoneze au fost elaborate de profesorul F. Numachi și colaboratorii săi pe baza unor repartiții optime ale coeficientului de presiune.

Se dau două metode pentru utilizarea corectă a acestor profile.

În prima metodă, polarele experimentale sînt recalculate corespunzător parametrilor aleși ai rețelei. Conform celei de a doua metode, se adoptă în toate secțiunile cilindrice ale palei valorile experimentale ale unghiului β_0 și pasului relativ t/l.

Se utilizează o metodă specială de proiectare a aparatului director pentru a obține unghiul β_0 necesar.

1. Introducere

Majoritatea profilelor utilizate la proiectarea palelor de turbomașini hidraulice și pneumatice au fost încercate cu aer în tunele aerodinamice la numere Reynolds de același ordin de mărime cu cele corespunzătoare funcționării în paletaje. Polarele profilelor încercate cu aer nu sînt afectate de cavitație.

Profesorul japonez F. Numachi și colaboratorii săi ([1] — [6]) au obținut profile pentru pompe și turbine pe baza unor repartiții date aplatisate ale coeficientului de presiune. Cele mai bune dintre acestea au fost selecționate pe baza încercărilor cu apă în standuri de rețele deceleratoare sau acceleratoare.

Profilele TNA sînt destinate proiectării palelor rotorice de turbine bulb și Kaplan de joasă cădere. Cele mai bune, selecționate în [10], sînt TNA 10368, 12368 și 13368. În [10] se dau coordonatele (tabelul 1.6) și polarele acestor profile încercate cu apă în rețea cu unghiul $\beta_1 = 2{,}92°$ și pasul relativ $t/l = 1$, pentru următoarele valori ale coeficientului de cavitație:

$$k_{d\infty} = 2(p_\infty - p_v)/(\rho w_\infty^2) = 3{,}0\ ;\ 1{,}4\ ;\ 1{,}0\ ;\ 0{,}8\ ;\ 0{,}6\ ;\ 0{,}4,$$

în care p_v este presiunea de vaporizare a apei, iar p_∞ este presiunea corespunzătoare vitezei w_∞.

---

* Conf. dr. ing; Șef lucrări, catedra Hidraulică și mașini hidraulice.

Profilele TN 201 și 221 au fost selecționate pentru proiectarea palelor rotorice ale turbinelor Kaplan de cădere mare. În [10], se dau coordonatele (tabelul 1.6) și polarele acestor profile (fig. 6.20, a, b) încercate în tunel hidrodinamic în rețea acceleratoare cu $\beta_1 = 23°$ și $t/l = 0{,}57$, pentru $k_{d\infty} = 1{,}8$; 1,6; 1,4; 1,2; 1,0; 0,8; 0,6; 0,45.

La proiectarea pompelor axiale se pot utiliza profilele NAS, cele mai bune fiind NAS 10158 și 10368, care surprind prin plasarea grosimii maxime la 0,6 l și respectiv 0,5 l față de bordul de atac și a săgeții la 0,54 l și respectiv 0,5 l.

În [10], se dau coordonatele (tabelul 1.5) și polarele acestor profile încercate în tunel hidrodinamic în rețea deceleratoare cu $\beta_1 = 25{,}73°$ și $t/l = 1{,}237$, pentru $k_{d\infty} = 1{,}4$; 1,0; 0,8; 0,6; 0,5.

Utilizarea tuturor acestor profile la proiectarea turbinelor hidraulice și a pompelor necesită fie transpunerea polarelor cunoscute de la parametrii experimentali $(t/l)_{exp}$ și $\beta_{1,exp}$ corespunzători încercării la cei necesari t/l și β_1, fie adoptarea unei ipoteze adecvate privind încărcarea paletelor rotorice.

În ceea ce privește prima cale, în [8] (aliniatul 7.10.1.2) se dau unele recomandări aproximative, nefundamentate teoretic.

2. Metoda I de proiectare

Se consideră cazul proiectării unui rotor de turbină, pompă sau elice întubată, în care nu se impun restricții la alegerea pasului relativ t/l și a unghiului de așezare β_0.

Cu datele inițiale, se dimensionează rotorul, determinîndu-se raza butucului r_b, raza exterioară r_e și numărul z de pale, se aleg secțiunile cilindrice de proiectare și se calculează triunghiurile vitezelor în amonte și în aval de fiecare rețea de profile. Rezultă expresia coeficientului de portanță.

$$c_p = \pm 2 \cdot \frac{t}{l} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \beta_2 - \operatorname{ctg} \beta_1}{1 \pm \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \beta} \sin \beta_\infty, \tag{1}$$

semnul superior fiind pentru turbină, iar cel inferior pentru pompă sau elice întubată. Pasul relativ (t/l) se alege în funcție de rapiditate [7], [8], [9] sau pe baza considerentelor privind rezistența și cavitația rotorului. Unghiul $\theta = \operatorname{arc\,tg}\,(c_r/c_p)$ este inițial necunoscut și se estimează. Cu c_r s-a notat coeficientul de rezistență al profilului plasat în rețea.

Presiunea p_∞ se determină din ecuația lui Bernoulli în mișcarea relativă

$$p_1 + \frac{\rho}{2} w_1^2 = p_\infty + \frac{\rho}{2} w_\infty^2.$$

cu care se află coeficientul de cavitație

$$k_{d\infty} = \frac{p_\infty - p_v}{\rho w_\infty^2/2} = \left(\frac{p_1 - p_v}{\rho w_1^2/2} + 1 \right) \left(\frac{\sin \beta_\infty}{\sin \beta_1} \right)^2 - 1. \tag{2}$$

Se adoptă în aproximația inițială unghiul de incidență α_∞ și se determină unghiul de așezare $\beta_0^{(0)} = \beta_\infty \pm \alpha_\infty^{(0)}$, semnul superior corespunzînd turbinei, iar cel inferior, pompei și elicei. Din diagrama lui Weinig ([10], fig. 3.11), în funcție de t/l și $\lambda^{(0)} = 90° - \beta_0^{(0)}$ se scoate coeficientul de influență al rețelei $k = c_p/c_{p1}$.

În cazul rețelei de turbină, coeficientul de influență real este egal cu cel teoretic dedus din diagrama lui Weinig pentru rețea de plăci plane înmulțit cu un factor de corecție care ține seama de grosimea relativă a profilului și de pasul relativ al rețelei [7].

Profilul japonez este încercat în rețea, deci se cunoaște polara experimentală $c_{p,\,exp} = f(c_{r\,exp})$ pentru $(t/l)_{exp}$ și $\beta_{1.\,exp}$ în general diferite de t/l și β_1 și pentru $k_{d\infty,\,exp} \cong k_{d\infty}$.

Se consideră pe această polară mai multe puncte.

Pentru fiecare se citesc $c_{p,\,exp}$, $\alpha_{\infty,\,exp}$ și $c_{r,\,exp}$.

Unghiul $\beta_{\infty,\,exp}$ corespunzător se determină cu relația [10]:

$$\operatorname{ctg} \beta_{1,\,exp} = \frac{\cos \beta_{\infty,\,exp} + \left(\frac{c_p}{4} \cdot \frac{l}{t}\right)_{exp}}{\sin \beta_{\infty,\,exp}}.$$

Rezultă:

$$\cos \beta_{\infty,\,exp} = \cos \beta_{1,\,exp} \sqrt{1 - \left(\frac{c_p}{4} \cdot \frac{l}{t} \sin \beta_1\right)^2_{exp}} - \left(\frac{c_p}{4} \frac{l}{t} \sin^2 \beta_1\right)_{exp}. \quad (3)$$

Unghiul de așezare al rețelei experimentale este

$$\beta_{0,\,exp} = \beta_{\infty,\,exp} \pm \alpha_{\infty,\,exp}, \quad (4)$$

semnul superior fiind pentru rețea acceleratoare, iar cel inferior pentru rețea deceleratoare.

Cu $(t/l)_{exp}$ și λ_{exp} se obține coeficientul de influență din diagrama lui Weinig, k_{exp}. Acest coeficient se corectează empiric pentru rețeaua acceleratoare și apoi se determină coeficientul de portanță al profilului japonez izolat, $c_{p1.\,exp} = c_{p,\,exp}/k$. Se repetă procedeul pentru mai multe puncte de pe polara experimentală pînă ce se realizează $c_{p1.\,exp} = c_{p1}$. Incidenței $\alpha_{\infty,\,exp}$ care asigură această egalitate îi corespunde pe polară și coeficientul de rezistență $c_{r,\,exp}$. Unghiul de așezare final al profilului ales în rețeaua calculată este

$$\beta_0 = \beta_\infty \pm \alpha_{\infty,\,exp}, \quad (5)$$

iar coeficientul de rezistență este

$$c_r \cong c_{r,\,exp}. \quad (6)$$

În egalitatea (5) semnele superior și inferior corespund respectiv rețelelor acceleratoare și deceleratoare.

O nouă iterație este necesară dacă $\theta = \operatorname{arctg}(c_r/c_p)$ diferă esențial de cel estimat inițial.

3. Metoda a doua de proiectare

Această metodă preconizează adoptarea în secțiunea medie de calcul a palei rotorice a unui pas relativ t/l aproximativ egal cu cel experimental, iar în celelalte secțiuni a unor valori apropiate.

De asemenea, încărcarea se adoptă în așa fel, încît unghiul β_1 să fie egal cu cel experimental.

În cazul unui rotor de turbină, calculul palei se efectuează în ipoteza că ieșirea fluidului este ortogonală, iar la intrare se asigură unghiul β_1 la orice rază. În cazul rotorului de pompă sau elice întubată, intrarea fluidului la unghiul β_1 constant în raport cu raza este asigurată de un aparat predirector. Calculul palei rotorice nu pune probleme deosebite, în schimb calculul palei directoare necesită cunoașterea variației unghiului β_1 de curgere a fluidului în raport cu raza.

Notînd $C = \operatorname{tg} \beta_1$, se obține o relație între componentele tangențială c_{u1} și meridiană c_{m1} ale vitezei absolute la intrare, indiferent dacă rotorul este de turbină sau de pompă.

$$c_{m1} = C(\omega r - c_{u1}). \tag{7}$$

A doua relație este dată de ecuația echilibrului radial [10]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(c_{m1}^2) + \frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(c_{u1}r)^2 = 0. \tag{8}$$

Introducînd expresia (7) în (8) și utilizînd notațiile adimensionale

$$x = r/r_e; \qquad y = c_{u1}/(\omega r_e), \tag{9}$$

se obține ecuația diferențială

$$y'(x) = \frac{C^2\, x(y - x) - y^2}{[(1 + C^2)y - C^2 x]\, x}. \tag{10}$$

Această ecuație fiind neliniară, se integrează numeric cu ajutorul metodei Runge-Kutta sau al metodei predictor-corector. În ambele metode este necesar să se cunoască $y_0 = y(x_0)$, unde $x_0 = r_b/r_e$). Se dau diverse valori $y_{0,i}$ și se obțin diferite soluții numerice $y = f(y_{0,i}, x)$ pentru $x \in [x_0;\ 1]$. Pentru fiecare soluție se calculează debitul

$$Q\eta_v^k = 2\pi \int_{r_b}^{r_e} r c_{m1}\, \mathrm{d}r = 2\pi\, C\, \omega\, r_e^3 \left(\frac{1 - x_0^2}{2} - \int_{x_0}^{1} xy\, \mathrm{d}x\right), \tag{11}$$

cu $k = +1$ pentru turbină și $k = -1$ pentru pompă și elice, η_v fiind randamentul volumic estimat al turbomașinii.

În expresia (11) integrala se calculează numeric cu ajutorul metodei lui Simpson.

După aflarea valorii y_0 care satisface egalitatea debitului obținut cu formula (11) cu debitul de calcul al turbomașinii, se determină soluția finală $y(x)$, cu care se află variația unghiului α_1 în raport cu r/r_e:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{c_{m1}}{c_{u1}} = \frac{C(\omega r - c_{u1})}{c_{u1}} = C\,(x/y - 1). \tag{12}$$

Calculul palelor rotorice și directoare decurge în continuare conform metodelor obișnuite, dar se utilizează corect profilele japoneze.

Metoda a doua se pretează teoretic pentru cazurile în care numitorul membrului al doilea al ecuației (10) nu se anulează pe intervalul $x \in [x_0; 1]$.

Practic, numai la turbine de tip bulb, la pompe axiale și elice se pot realiza aparate directoare axiale care să producă variația unghiului β_1 al fluidului după formula (12). Dacă această variație este monotonă sau poate fi aproximată cu una monotonă, metoda poate fi efectiv aplicată în aceste cazuri.

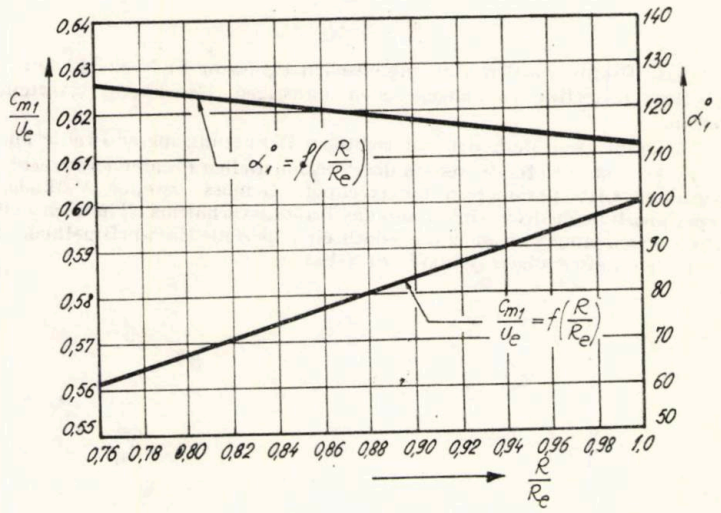


Fig. 1

În figura 1 se dau curbele de variație pentru c_{m1}/u_e și α_1 în funcție de r/r_e în cazul unei pompe axiale sau elici întubate cu $Q/(\omega\, r_e^3) = 0{,}6143$ și cu unghiul $\beta_1 = 25{,}73°$.

BIBLIOGRAFIE

1. *Numachi, F., Murai, H.*, Theoretical Research on Profile Form of Blade Element Suitable for Arrangement in a Straight Grate. Rep. 4, Mem. Inst. High Speed Mech. 2, 1952.

2. *Numachi F., Abe, S.*, Cavitation Tests on Hydrofoil Profiles Suitable for Arrangement in Cascade. 2-th Rep., Inst. Speed Mech. 2, 1952.
3. *Numachi, F., Murai, H., Chida, J.*, Cavitation Tests on Hydrofoil Profiles Suitable for Arrangement in Cascade. 7-th Rep., Inst. High Speed Mech. 5, 1955.
4. *Numachi, F.* Cavitation Tests on Hydrofoils Designed for Accelerating Flow Cascade. Rep. 1, Ser. D, ASME Trans., J. Bas. Eng. 83, 1961.
5. *Numachi, F., Oba, R., Chida, J.*, Cavitation Tests on Hydrofoil Profiles Designed for Accelerating Flow Cascade. Proc. IAHR Symp. Cavit. Hydr. Mach., Sendai (Japan), 1962.
6. *Knapp, R., Daily, J., Hammit, F.*, Cavitation. Mc. Graw-Hill Book Company, New York, 1970.
7. *Pavel, D., Zarea, St.*, Turbine hidraulice și echipamente hidroenergetice, vol. I., Editura didactică și pedagogică, București, 1965.
8. *Anton, I.*, Turbine hidraulice. Editura Facla, Timișoara, 1979.
9. *Pfleiderer, C., Petermann, H.* Strömungsmachinen. 4. Auflage. Springer Verlag. Berlin, Heidelberg/New-York, 1972.
10. *Zidaru, Gh.* Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile. Editura didactică și pedagogică, București, 1981.
11. *Zidaru, Gh.* Determinarea parametrilor geometrici ai profilelor date prin puncte. Ses. șt. jubiliară fac. Energetică, 1975.

Benutzung der japanischen Profile zum Entwerfen der Schaufeln von Turbinen, Pumpen un Propellern

Diese Profile wurden vom japanischen Professor F. Numachi und seinen Mitarbeitern mit Hilfe von angegebenen günstigen Druckbeiwertsverteilungen entworfen.

Man gibt zwei Methoden zur richtigen Benutzung dieser Profile an.

In der ersten Methode werden die experimentellen Polaren entsprechend der ausgewählten Gitterparametern umgerechnet. Gemäss zweiter Methode, wird der experimentelle Zuströmwinkel und das Teilungsverhältnis t/l in allen Zylinderschnitten angenommen. Man muss jedoch eine spezielle Entwurfsmethode benutzen, um den notwendigen Winkel zu erhalten.

C.Z. : 532.5
621.65/69 : 66.066.3

ASPECTE DE SIMILITUDINE A PROCESELOR HIDRODINAMICE DE SEPARARE GRAVITAȚIONALĂ DIN INSTALAȚIILE DE DECANTARE-FLOTAȚIE UTILIZATE LA EPURAREA APELOR UZATE

D. ROBESCU, T. PETROVICI, S. DRĂGAN*

Sînt descrise cercetările de laborator și „in situ" pe instalația de flotație folosită la epurarea apelor uzate. Folosind teorema lui Buckingham și analiza parametrilor instalației (proces industrial) s-au stabilit ecuațiile criteriale adimensionale. Folosind tehnici statistice, corelarea parametrilor instalației prin metoda regresiei multiple a permis în final obținerea ecuațiilor liniare criteriale. Sînt date cîteva exemple pentru ilustrarea utilizării rezultatelor obținute pentru modele teoretice și reale precum și a estimării eficienței și a posibilităților de intensificare a procesului de transfer de masă în instalațiile industriale.

Apele uzate deversate de industria petrochimică conțin substanțe grase emulsionate și floconoase care pot fi separate numai prin procese de flotație. Instalația de flotație prin presurizare, (fig.1) este alcătuită dintr-un bazin decantor (2) în care se introduce apa uzată prin conducta de admisie (1) și unde apar bule de aer produse prin destinderea apei presurizate în capsula(8). În capsulă, aerul furnizat de compresorul (10), vine în contact cu apa introdusă cu ajutorul electropompelor (5). Debitul de apă recirculat Q_r, reprezentînd circa 1/3—1/6 din debitul de apă uzată Q, este utilizat pentru dizolvarea unei cantități de aer la presiune superioară și eliberarea acestuia în apa uzată la admisia în decantor.

Pentru a intensifica fenomenul de transfer al aerului în apa din capsula de presurizare, la instalația industrială de la C.P. Brazi, s-a montat un dispozitiv original de tip turbină diagonală în zona de admisie a apei în

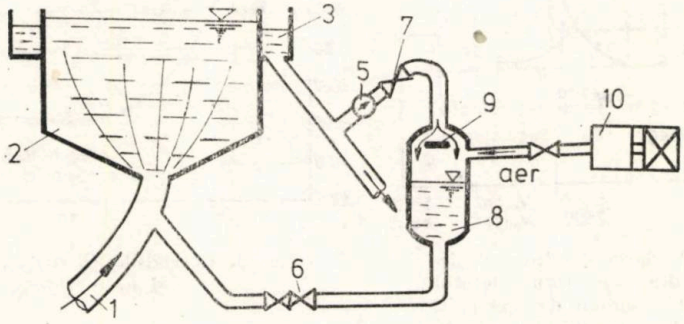


Fig. 1. Schema instalației de flotație prin presurizare: *1* — conducta de admisie a apei uzate; *2* — bazin decantor; *3* — canal de colectare a apelor tratate; *4* — canal de evacuare a apei tratate; *5* — electropompe; *6* — robinete de distribuție; *7* — robinet reglaj nivel; *8* — capsula de presurizare; *9* — structură de admisie în capsulă; *10* — compresor.

*Șef lucrări, dr. ing., Cerc. șt. pr., catedra de Hidraulică și mașini hidraulice, Ing. pr., șef atelier, Combinatul Petrochimic Brazi.

capsula de presurizare, care datorită geometriei și turației are rolul de a dispersa jetul de apă și de a mări traiectoria picăturilor de lichid de masa gazoasă, [1]. Cercetările experimentale efectuate pe instalația de flotație modificată au demonstrat eficiența dispozitivului rotitor de împrăștiere a jetului lichid caracterizate prin reducerea consumurilor energetice cu 10—20% și sporirea elasticității instalației în exploatare. Necesitatea extinderii dispozitivului la alte instalații de decantare flotație a pus problema similitudinii proceselor hidrodinamice, de separare gravitațională. Pentru determinarea legilor și criteriilor de similitudine, în laboratoarele catedrei de hidraulică și mașini hidraulice a fost construită și echipată corespunzător o instalație model, cu perete vitrat, la scara 1:20 față de prototipul industrial. Scopul execuției instalației de laborator este ca, pe lîngă vizualizarea fenomenului de dispersie a bulelor de aer, să permită studiul fenomenului de curgere din decantorul flotator pentru a putea formula corect ecuațiile de curgere a fluidelor polifazate.

Au fost efectuate măsurători pe aparatele racordate la instalația experimentală model studiindu-se regimurile de curgere, precum și variația parametrilor funcționali astfel încît să se obțină număr maxim de bule de aer extrase din masa de apă, fracția maximă a bulelor și acoperirea integrală a suprafeței bazinului cu bule de aer. Pentru un anumit reglaj, considerat optim pentru instalație, s-au obținut bule foarte fine care acopereau circa 2/3 din volumul util al decantorului flotator.

Rezultatele obținute au fost prelucrate grafic în figurile nr. 2 și 3.

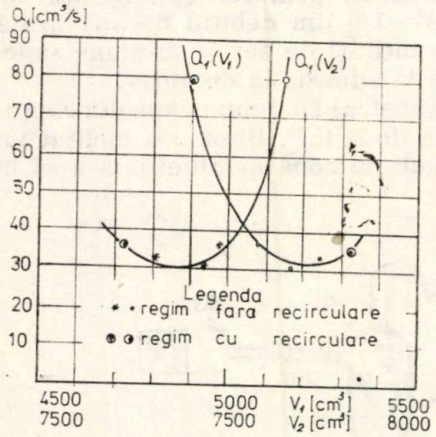


Fig. 2. Variația debitului de ieșire Q_1 din decantorul flotator funcție de volumul de apă v_1 și aer v_2 din capsula de presurizare.

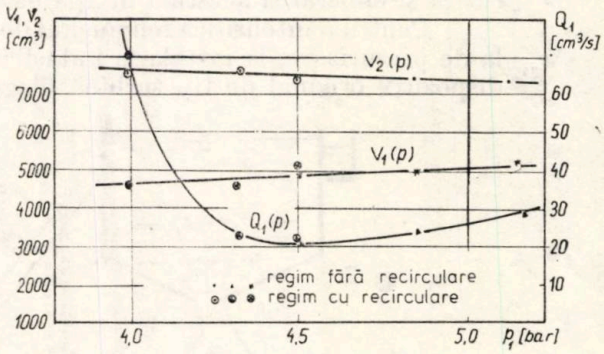


Fig. 3. Corelațiile $Q_1 = f(p)$, $v_1 = f(p)$ și $v_2 = f(p)$.

La scară naturală, au fost efectuate măsurători experimentale pe instalația de decantare-flotație de la C. P. Brazi. Toate determinările experimentale hidrodinamice au fost corelate cu cele chimice care au rezultat prin analize de laborator efectuate asupra probelor de apă recoltate din omogenizator, decantor-flotator și din zona căminului de repartiție, [2].

2. Similitudinea proceselor hidrodinamice de separare gravitațională

Fenomenul fizico-chimic de separare a substanțelor emulsionate în treapta de decantare-flotație este extrem de complicat. Formularea corectă și rațională a fenomenului din punctul de vedere al analizei dimensionale implică în primul rînd identificarea mărimilor fizice care-l determină. Etapa identificării este deosebit de importantă mai ales pentru fenomene complexe pentru care nu sînt cunoscute ecuațiile diferențiale care reprezintă fenomenul global.

Transpunerea datelor necesită determinarea produselor adimensionale și a ecuațiilor criteriale între acestea în următoarele variante:

a) prin considerarea mărimilor fizice și chimice care intervin în studiul global al instalației de decantare-flotație;

b) prin considerarea mărimilor dimensionale care intervin în studiul fenomenelor de dizolvare a gazului în capsula de presurizare, element de bază al instalației de decantare-flotație;

c) prin considerarea mărimilor care influențează fenomenul de dispersie a jetului lichid de picături fine, în interiorul capsulei de flotație, datorită rotorului de turbină montat la admisia apei în recipientul de presurizare.

2.1. *Studiul similitudinii proceselor fizico-chimice din instalația de decantare-flotație.*

Pentru caracterizarea procesului global de separare în instalația de decantare-flotație prezentată schematic în figura 1, se alege o funcție de tipul:

$$f(D_c,\ D_d,\ D_r,\ H_d,\ t,\ Q,\ Q_r,\ Q_{ad},\ p,\ \rho,\ C_i) = 0 \tag{1}$$

Alegîndu-se ca mărimi fundamentale D_c, ρ, t, rezultă ecuația criterială:

$$\varphi\,(\pi_1,\ \pi_2,\ \ldots,\ \pi_8) = 0 \tag{2}$$

în care produsele adimensionale au expresiile:

$$\pi_1 = \frac{D_e}{D_c},\quad \pi_2 = \frac{D_r}{D_c},\quad \pi_3 = \frac{H_d}{D_c},\quad \pi_4 = \frac{Q\cdot t}{D_c^3},$$

$$\pi_5 = \frac{Q_r\cdot t}{D_c^3},\quad \pi_6 = \frac{Q_{ad}\cdot t}{D_c^3},\quad \pi_7 = \frac{p\cdot t^2}{\rho D_c^2},\quad \pi_8 = \frac{C_i}{\rho} \tag{3}$$

Dacă primele produse adimensionale π_1, π_2, π_3 reprezentînd de fapt scara geometrică de modelare care cu excepția zonelor de automodelare, sînt constante, următoarele sînt mărimi variabile care iau valori în funcție de modul cum variază parametrii funcționali. Rezultatele măsurătorilor, efectuate pe instalația de decantare-flotație, prelucrate pentru determi-

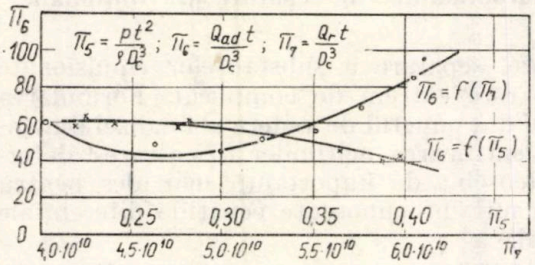


Fig. 4. Corelațiile $\pi = f(\pi)$ și $\pi = f(\pi_5)$ (instalația de decantare flotație).

narea valorilor produselor π sînt cuprinse în dependența produselor adimensionale din figura 4.

$\pi_6 = f(\pi_7)$ și $\pi_6 = f(\pi_5)$ sau

$$\frac{Q_{ad} \cdot t}{D_c^3} = f\left(\frac{Q_r \cdot t}{D_c^3}\right)$$

respectiv

$$\frac{Q_{ad} \cdot t}{D_c^3} = f\left(\frac{p \cdot t^2}{\rho D_c^3}\right)$$

În adimensional curba $\pi_6 = f(\pi_5)$ prezintă variația criteriului π_6 dependent de cantitatea de aer dizolvat în unitatea de timp, în funcție de parametrul π_5. Așadar instalația funcționează corect pentru o plajă largă de valori, deoarece mărimea π_6 este practic constantă pentru $\pi_5 = 0{,}25 \ldots$ $\ldots 0{,}35$.

Curba $\pi_6 = f(\pi_5)$ admite un minim în jurul valorii de $4{,}5 \cdot 10^{10}$. Așadar din punct de vedere al cantității de aer dizolvat în masa de apă în funcție de cei doi parametri adimensionali, se obține punctul optim de funcționare la intersecția celor două curbe.

2.2. *Studiul similitudinii proceselor fizico-chimice din capsula de presurizare.*

Pentru caracterizarea proceselor specifice se consideră o funcție implicită de forma:

$$f(d_c,\ h_c,\ h_a,\ h_g,\ d,\ Q_r\ Q_{aa},\ p,\ t,\ g,\ P,\ \zeta,\ \nu,\ \rho,\ C) = 0 \qquad (4)$$

Alegînd ca mărimi fundamentale pe d_c, t, ρ și aplicînd teorema π, relația (4) devine:

$$\varphi(\pi_1,\ \pi_2, \ldots,\ \pi_{11}) = 0 \qquad (5)$$

în care produsele adimensionale π_i, $i = 1 \div 11$ au expresiile:

$$\pi_1 = \frac{h_c}{d_c},\quad \pi_2 = \frac{h_a}{d_c},\quad \pi_3 = \frac{h_g}{d_c},\quad \pi_4 = \frac{d}{d_c},\quad \pi_5 = \frac{Q_r \cdot t}{d_c^3},$$

$$\pi_6 = \frac{Q_{aa} \cdot t}{d_c^3},\quad \pi_7 = \frac{p \cdot t^2}{\rho d_c^3},\quad \pi_8 = \frac{g \cdot t^2}{d_c},\quad \pi_9 = \frac{pt^2}{\rho d_c^2}, \qquad (6)$$

$$\pi_{10} = \frac{\nu \cdot t}{d_c^2},\quad \pi_{11} = \frac{C}{C_s}$$

Variația parametrilor adimensionali $\pi_6 = f(\pi_2)$, $\pi_5 = f(\pi_{10})$, $\pi_6 = f(\pi_5)$ se prezintă în figura 5. Se remarcă zona optimă de variație a

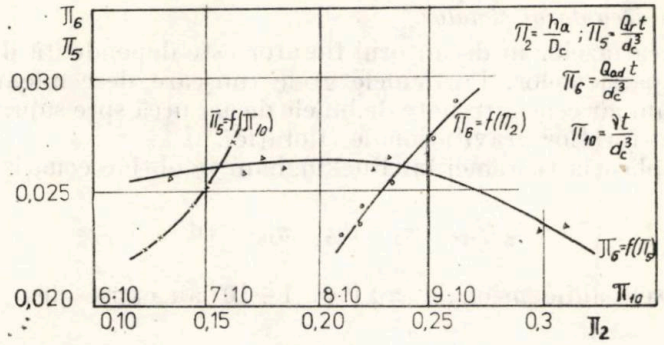


Fig. 5. Corelațiile $\pi_6 = f(\pi_2)$, $\pi_5 = f(\pi_1)$ și $\pi_6 = f(\pi_5)$ (capsula de presurizare).

parametrului π_6 (debit de aer dizolvat în capsulă) funcție de parametrul π_5 ca zonă de maxim a curbei din figură.

2.3. *Studiul similitudinii proceselor fizico-chimice din rotorul de împrăștiere a jetului.*

Pentru caracterizarea proceselor specifice se consideră o funcție implicită de forma:

$$f(D,\ D_r,\ d,\ h,\ d_m,\ g,\ \rho,\ n,\ \sigma,\ \Delta_p,\ Q_r) = 0 \tag{7}$$

Aplicînd teorema π, expresia (7) devine:

$$\varphi(\pi_1,\ \pi_2, \ldots, \pi_9) = 0 \tag{8}$$

în care produsele adimensionale π_i, $i = 1 \div 9$ au expresiile:

$$\pi_1 = \frac{d_m}{D},\quad \pi_2 = \frac{g}{Dn^2},\quad \pi_3 = \frac{\nu}{D^2 n},\quad \pi_4 = \frac{d_c}{D},\quad \pi_5 = \frac{h}{D},$$

$$\pi_6 = \frac{D_r}{D},\quad \pi_7 = \frac{\sigma}{gD^3n^2},\quad \pi_8 = \frac{\Delta p}{D^2n^2},\quad \pi_9 = \frac{Q_r}{D^3 n} \tag{9}$$

În tabelul 1 sînt cuprinse valorile calculate pentru produsele adimensionale π_8 și π_9

Tabelul 1

Nr. crt.	$\pi_8 \cdot 10^{-7}$	$\pi_9 \cdot 10^{-4}$
1.	0,55	1,417
2.	0	1,564
3.	0	1,855
4.	2,22	1,891
5.	0	2,465
6.	1,66	2,497
7.	0	1,163
8.	0	1,433

2.4. *Considerații asupra similitudinii proceselor hidrodinamice de separare din decantorul flotator*

Mișcarea fazelor în decantorul flotator este dependentă de greutatea specifică a particulelor. Particulele grele (mișcare descendentă-sedimentare) se depun, iar cele antrenate de bulele de aer urcă spre suprafața liberă, sub acțiunea forțelor gravitaționale (flotație).

Prin aplicația teoremei lui Buckingham se obține ecuația criterială:

$$\varphi(\pi_1, \quad \pi_2, \ldots, \quad \pi_{10}) = 0 \tag{10}$$

unde produsele adimensionale π_i, $i = 1 \div 10$ au expresiile:

$$\pi_1 = \frac{H}{D}, \quad \pi_2 = \frac{d_m}{D}, \quad \pi_3 = \frac{d_p}{D}, \quad \pi_4 = \frac{\sigma}{\rho V^2 D} = \frac{1}{We},$$

$$\pi_5 = \frac{\nu}{DV} = \frac{1}{Re}, \quad \pi_6 = \frac{gD}{V^2} = \frac{1}{Fr}, \quad \pi_7 = \frac{\rho_s}{\rho}, \quad \pi_8 = \frac{\rho_\theta}{\rho}, \tag{11}$$

$$\pi_9 = \frac{W}{v}, \quad \pi_{10} = \frac{V_b}{V}$$

Rezultă astfel, pe lîngă rapoartele geometrice și cinematice, criteriile de similitudine We, Re și Fr. Similitudinea proceselor de separare pe baza criteriilor generale valabile în mecanica fluidelor (Re, We, Fr) este greu de realizat în special datorită incompatibilității aplicării lor simultane. Problema prezintă însă importanță teoretică deoarece astfel apar pe de o parte mărimile fizice care intervin în proces, iar pe de altă parte, criteriile adimensionale care condiționează desfășurarea procesului.

3. Ecuații criteriale liniare obținute prin metoda liniarizării (regresie liniară multiplă)

3.1. *Considerații generale*

În domeniul măsurătorilor experimentale asupra parametrilor specifici unui proces dinamic în afara celor două situații extreme de dependență strict analitică sau de independență completă (situație rar întîlnită în practica experimentală), există o situație des întîlnită și anume aceea ce aparține legăturilor neunivoce de natură stohastică.

Variabila n-dimensională Y este un sistem ordonat de n variabile aleatoare reale x_1, $x_2 \ldots x_n$.

Metoda de prelucrare statistico-matematică a rezultatelor măsurătorilor ce sînt considerate ca șiruri de valori ale unei variabile aleatoare multidimensionale măsurabile, cu largă aplicabilitate practică, este aceea a punerii în evidență a influenței pe care o are cunoașterea valorilor unor parametri asupra valorilor altor parametri. Obținerea unor ecuații de estimare valide constituie de fapt scopul acestei metode.

3.2. *Rezultate obținute.*

În cadrul studiului similitudinii proceselor de decantare-flotație au fost obținute cu ajutorul teoremei π ecuații criteriale pentru toate cele 4 situații supuse studiului (instalația globală și trei componente cu rol hotărîtor în funcționarea instalației).

Ecuațiile criteriale obținute, deosebit de utile în studiul fenomenului sînt determinate ca relații funcționale nedeterminate (sau mai precis determinate pînă la niște constante). Avînd în vedere considerentele de mai sus scopul formulării și aplicării programului de corelație multiplă a fost de a determina aceste corelații (între parametrii puși în evidență cu teorema π) sub formă analitică utilă din punctul de vedere a două utilități și anume: determinarea precisă a formei unor funcții obiectiv utile în exploatare, prognoză și proiectare; b) posibilitatea optimizării acestora din punct de vedere al funcționalității și economicității cu indicații asupra parametrilor asupra cărora se poate acționa.

S-au încercat o serie întreagă de ecuații de estimare, de tipul $y = a_0 + \sum_1^N b_i x_i$ atît pentru fiecare caz studiat la similitudine cît și pentru combinații între acestea (făcînd deci parte din similitudinea generală). În toate cazurile s-a urmărit atît determinarea ecuației de regresie hiperplanică cît și indicatorii de validare ai estimării (dintre care coeficienții de corelație parțiali de sondaj și totali, au fost hotărîtori în eliminarea cazurilor în care nu există corelație liniară).

Pentru toate testele reținute, nivelul de încredere este de 0,999 ceea ce corespunde unei încrederi suficiente în ecuațiile de estimare. De asemenea, coeficienții de corelație generali sînt cuprinși între 0,5575 și 0,9990 ceea ce indică, de asemenea, o bună corelare.

Vom remarca, de asemenea, că în fiecare caz în parte, coeficientul de corelație general (total) depășește coeficientul de corelație general minim (în fapt aceasta a fost condiția eliminării altor cazuri pe care le-am studiat și care nu au fost satisfăcătoare din acest punct de vedere).

Ecuațiile de regresie obținute sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Test	a_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
1.	0,37	0,18	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-6}$	$-7,58 \cdot 10^{-2}$	$-8,13$
2.	119,9	702,7	$-120,5$	$-5,5 \cdot 10^{-3}$	$-6,37$	60,5
3.	0,72	3,9	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$	$-1,29 \cdot 10^{-2}$	$-8,9 \cdot 10^{-4}$
4.	$-828,8$	$-1,68$	$1,92 \cdot 10^{3}$	$9,3 \cdot 10^{-4}$	$-22,6$	$-234,6$
5.	123,3	$-89,8$	$-1,09 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-1}$	$-7,58 \cdot 10^{-2}$	$-0,19$
6.	8,5	1,79	0,309	$-2,2 \cdot 10^{-1}$	$-1,5 \cdot 10^{-3}$	$-1,11$

3.3. *Remarci asupra posibilității optimizării proceselor din instalația de decantare-flotație.*

Formularea optimizării procesului de decantare-flotație trebuie să țină seama de dinamica procesului exprimată atît în parametrii de func-

ționare în valoare absolută cît și în parametrii adimensionali ai instalației. Pentru prima serie de parametri politica optimă de optimizare va trebui să fie obligatoriu tratată din punct de vedere dinamic datorită caracterului pur stohastic al șirului de date. Pentru cea de a doua serie de parametri, politica optimă de optimizare se determină (în cazul funcțiilor obiectiv liniare) printr-un algoritm de tip Simplex.

Pentru studiu s-a ales ecuația de estimare

$$\pi_6^{(3)} = 0{,}3652 + 1{,}806 \cdot 10^{-1} \cdot \pi_5^{(4)} + 2{,}7391 \cdot 10^{-3} \cdot \pi_6^{(4)} + 7{,}7391 \cdot 10^{-6} \cdot \pi_2^{(4)} - \\ - 7{,}5847 \cdot 10^{-2} \cdot \pi_{10}^{(4)} - 8{,}0374 \cdot \pi_5^{(3)} \tag{12}$$

cu condițiile de nenegativitate

$$\pi_2^{(4)},\ \pi_5^{(3)},\ \pi_6^{(4)},\ \pi_{10}^{(4)},\ \pi_5^{(4)},\ \pi_6^{(3)} > 0 \tag{13}$$

și spațiul de restricții

$$\begin{gathered} \pi_2^{(4)} - \pi_5^{(4)} - \pi_6^{(4)} - \pi_{10}^{(4)} - \pi_5^{(3)} > 75 \\ \pi_{10}^{(4)} - \pi_5^{(4)} - \pi_6^{(4)} - \pi_5^{(4)} > 0 \\ \pi_6^{(4)} + \pi_5^{(4)} > 1 \\ \pi_{10}^{(4)} - \pi_5^{(3)} > 1 \end{gathered} \tag{14}$$

Se caută o politică pentru $\pi_6^{(3)}$ max.

Astfel pentru plajele $b_1 \in [0\,;\ 0{,}1806]$, $b_2 \in [-0{,}17787\,;\ 0{,}00273]$, $b_3 \in [-0{,}9999227\,;\ 0{,}00000773]$, $b_4 \in [-1{,}0758\,;\ -0{,}0758]$, $b^5 \in [-8{,}037\,;\ -5{,}037]$ deoarece $C^* \leqslant 0$ rezultă $f_{max} = 78$ pentru: $b_1 = 0$, $b_2 = -0{,}17787$, $b_3 = -0{,}999227$, $b_4 = -1{,}0758$, $b^5 = -5{,}037$.

Rezultă deci că păstrînd nemodificați parametrii $\pi_i^{(j)}\,;\ i = 2,\ 5,\ 6,\ 10\,;\ j = 3$ independenți, optimul pentru $\pi_6^{(3)}$ are valoarea de 78, ceea ce conduce la valoarea optimă a debitului de aer din instalație, corelată cu ceilalți parametri.

Concluzii

Măsurătorile experimentale pe instalația de laborator și „in situ", în diferite variante de lucru, au permis identificarea parametrilor și ponderea lor în dinamica procesului.

S-au stabilit ecuațiile criteriale ale procesului pentru întreaga instalație și pentru subsistemele acesteia; corelațiile parțiale importante în desfășurarea procesului au fost prelucrate grafic pentru date măsurate în natură, făcîndu-se precizări utile în proiectare și exploatarea curentă.

S-au stabilit, de asemenea, corelații generale între parametrii instalației sau între grupuri de parametri. Pentru ecuațiile criteriale liniare s-a dat un exemplu de optimizare a funcției obiectiv.

Lista de notații

D_c — diametrul conductei de aducțiune a apei uzate ; D_d — diametrul decantorului ; D_r — diametrul conductei de recirculare ; H_d — adîncimea bazinului decantor ; t — timp de retenție ; Q — debit de apă uzată ; Q_r — debit de apă recirculată ; Q_{ad} — debit de aer dizolvat ; p — presiunea în capsulă ; ρ — densitatea ; C_i — indicatori de calitate ai apei ; d_c — diametrul capsulei ; h_c — înălțimea capsulei ; d — diametrul conductei de aducțiune în capsulă ; h_0 — nivelul apei în capsulă ; h_g — nivelul pernei de aer din capsulă ; g — accelerația gravitațională ; P — puterea consumată la pompare ; ζ — coeficientul pierderilor de sarcină în zona structurii de admisie ; ν — viscozitatea cinematică ; D — diametrul capsulei ; D_r — diametrul rotorului ; h — cota rotorului de împrăștiere ; d_m — diametrul mediu al picăturilor de apă ; Δp — sarcina rotorului ; σ — tensiune superficială ; V — viteza de curgere radială ; V_b — viteza ascensională a bulelor ; d_p — diametrul mediu al particulelor solide ; W — mărimea hidraulică a particulelor solide.

BIBLIOGRAFIE

1. *Robescu, D., Petrovici, T., Drăgan, S.*, „Considerații asupra similitudinii proceselor de decantare-flotație", Ses. Com. St. jubiliară I.P. București, dec. 1981.
2. *Robescu, D., Petrovici, T., Drăgan, S.*, Re. st. 8/1980, I.P. București.

The Aspects of Similarity of Hydrodynamical Processes of Gravitational Sepparation from Settling-Flotation Stations Used in Purification of Waste Water.

The paper describes the laboratory and pilot station researches of the flotations installation used in the treatment of residual waters. By using the Buckingham theorem and the analysis of the installation parameters (industrial process), dimensionless criterial equations has been established. Using satistical technique, the correlations worked out by means of multiple regression analysis between installation parameters, permit finally to obtain linear criterial equations.

Some examples are given to illustrate the utilization of the new data in working out the theoretical and real model and estimating the efficiency and the possibilities of intensifying the sir-bubling process of the present industrial installation.

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1983

Ion Mitrache — Studiul arderii în motoarele cu aprindere prin scînteie cu camere divizate, în regiunile de sarcini parțiale (8. IV. 1983)

Domingo Riggioni Cordero — Cercetări privind stabilirea bazei tehnice a mecanizării agriculturii în Costa Rica. (20. IV. 1983)

Constantin Emanoil Gheorghiu — Contribuții la studiul proceselor de transfer de căldură și masă în generatoarele de vapori din instalațiile frigorifice prin absorbție. (3. VI. 1983)

Valeriu Purice — Cercetări și soluții constructive pentru îmbunătățirea comportării tribologice a șuruburilor cu bile. (21. X. 1983)

Dan Vasile Pillat — Contribuții la studiul eroziunii fasciculelor de țevi ale cazanelor cu abur. (27. X. 1983)

Mihai Gabriel Bordiuc — Contribuții la studiul teoretic și experimentul al amestecătoarelor verticale de particule solide. (25. XI. 1983)

MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONT ÉS KÖNYVTÁR 1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREŞTI
ELECTROTEHNICA, ENERGETICA, AUTOMATICA-CALCULATOARE, ELECTRONICA, MECANICA, CONSTRUCŢII DE MAŞINI TRANSPORTURI-AERONAVE, CHIMIE, METALURGIE

apare în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées“, „Buletinul Politehnicei din Bucureşti“ şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej“ Bucureşti“.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREŞTI
ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭНЕРГЕТИКА, АВТОМАТИКА-СЧЁТНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, ЭЛЕКТРОНИКА, МЕХАНИКА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, ТРАНСПОРТ – САМОЛЁТОСТРОЕНИЕ, ХИМИЯ, МЕТАЛУРГИЯ

продолжает прежних научных периодических журналов. „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées“, „Buletinul Politehnicei din Bucureşti“ и «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej“ Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREŞTI
ELECTROTECHNICS, ENERGETICS, AUTOMATIC CONTROL-COMPUTERS, ELECTRONICS, MECHANICS, MACHINE BUILDING, TRANSPORT-AERONAUTICS, CHEMISTRY, METALLURGY

The Bulletin continues the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées“ Buletinul Politehnicei din Bucureşti“ and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej“ Bucureşti“.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREŞTI
ELECTROTECHNIQUE, ENERGETIQUE, AUTOMATIQUE-ORDINATEURS, ELECTRONIQUE, MECANIQUE, CONSTRUCTIONS MECANIQUES, TRANSPORTS-AERONAUTIQUE, CHIMIE, METALLURGIE

continues les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées“, „Buletinul Politehnicei din Bucureşti“ et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej“ Bucureşti“.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“ BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356

1984 MAJ 3 1

Lei 35